

ALGIRDAS AŽUBALIS

Descartes'o matematinės idėjos pirmuosiuose lietuviškuose vadovėliuose

Jau mokykloje R. Descartes labiausiai mėgo aritmetiką ir geometriją. Jo manymu, šie dalykai lengviausiai suprantami, jie atveria duris į kitų mokslų šventovę. Matematinius tyrinėjimus R. Descartes pradėjo tarnaudamas kariuomenėje. Tuo metu jis išsprendė tris matematinės problemas: 1) sukonstravo specialų skriestuvą su 4 kojelėmis ir juo dalydavo bet kurį kampą į 3 bei daugiau dalių; 2) su kitu specialiai sukonstruotu prietaisu rasdavo kubinės lygties šaknis grafiniu būdu; 3) suformulavo teoremą: „Jei H – iškiliojo taisyklingojo briaunainio sienų skaičius, S – jo viršūnių skaičius, A – briaunų skaičius, tai $S - A + H = 2$ “. Šią teoremą vėliau įrodė L. Euleris.

Ėmęs dirbti mokslo darbą, R. Descartes ieškojo „visuotinės (universaliosios)“ matematikos sukūrimo kelių. Pats matematinį uždavinį sprendimas jo nedomino – darbą su abstrakčiais skaičiais ir išgalvotomis figūromis R. Descartes laikė beprasmišku. Jį viliojo bendresnės problemos. Matematika jam – svarstymų griežtumo ir išvadų tikslumo pavyzdys. Remdamasis šiuo pavyzdžiu, R. Descartes norėjo sutvarkyti visus gamtos mokslus. Todėl jam kilo klausimai: 1) Kas yra matematika? 2) Kokius bendrus svarbiausius bruožus turi skirtingos matematinės disciplinos? Atsakydamas į juos, R. Descartes nustatė, kad matematinėmis disciplinomis laikytinos tos, kuriose nagrinėjama arba tvarka, arba matas. Šie du svarbiausi bruožai ir tapo jo kuriamos „visuotinės (universaliosios)“ matematikos pagrindu. Jis bandė rasti bendrąsias bet kurio konkretaus uždavinio sprendimo taisykles. „Tvarka“ R. Descartes laikė sąryšių ir proporcijų egzistavimą bei jų tyrimą. Sąryšio sąvoka jam tapo pagrindine tiek „universaliojoje“ matematikoje, tiek filosofijoje. Jis tvirtino, kad pažinimo proceso esmė yra nustatyti, koks sąryšis yra tarp tiriamojo objekto ir kito – paprasčiausio ir aiškiai suvokiamo.

Pagrindines matematinės idėjas R. Descartes išdėstė trijose „Geometrijos“ dalyse. Pirmojoje dalyje, kurioje nagrinėjami brėžimo uždaviniai, sprendžiami tik skriestuvu ir linuote, išdėstyti R. Descartes'o suformuluoti *analizinės geometrijos* ir *algebrinės simbolikos* pagrindai. Šios dalies pradžioje jis, remdamasis savo teiginiu apie sąryšį, teigia, kad visi sąryšiai tarp dydžių nustatomi matuojant, taigi būtina turėti matavimo vienetą. Dydžius jis išreiškia tiesių atkarpomis. R. Descartes laiko, kad kiekvieną geometrinį uždavinį galima laikyti tokiu, kurį sprendžiant būtina žinoti tik kai kurių atkarpų ilgį su mokėti su atkarpomis atlikti veiksmus, analogiškus aritmetiniams. Jis apibrėžia atkarpų sudėtį, atimtį, daugybą (ketvirtos proporcingosios atkarpos radi-

mas, turint vienetinę atkarpą ir dvi duotąsias atkarpas), dalybą, kėlimą laipsniu ir šaknies traukimą (visi šie veiksmai irgi redukuojami į daugybos atlikimo metodiką). Taip R. Descartes nustatė sąryšį tarp aritmetikos ir geometrijos. Tai padėjo sukonkretinti skaičiaus sąvoką. R. Descartes pastebėjo, kad nebūtina visą laiką brėžti atkarpas, o pakanka jas pažymėti raidėmis: žinomus dydžius – a, b, c ir t. t, nežinomus – x, y, z. Dydžių a ir b sandaugą jis užrašo ab, kėlimą kvadratu – aa, o kėlimą aukštesniais laipsniais – a^3 , a^4 ir t. t. Po R. Descartes'o toks laipsnių žymėjimas buvo visuotinai priimtas. Tiesa, jis apsiribojo tik natūraliaisiais rodikliais, neigiamieji ir trupmeniniai rodikliai jam dar buvo nežinomi. Šaknis R. Descartes ėmė žymėti mums įprastu ženklu. Lygybės ženklą jis vartojo dar savitą, neprigijusį matematikoje. Būtina pastebėti, kad savo algebrinę simboliką R. Descartes kūrė jau turėdamas pagrindą – rėmėsi Ch. Clavijaus algebros vadovėliu, iš kurio pats mokėsi.

Toliau pirmojoje „Geometrijos“ dalyje R. Descartes aiškina uždavinių sprendimo, sudarant lygtis iš jų sąlygų, metodiką. Siedamas aritmetiką, algebrą ir geometriją, jis uždavinių sprendimo eigoje pirmasis įvedė *koordinacinių sistemą*, nors ji dar labai skyrėsi nuo dabar vartojamos. Jis nagrinėjo kreivės ir spindulio sąryšį. Kreivės taškų padėtis tiriama remiantis lygiagrečiomis atkarpomis, statmenomis šiam spinduliui ar pasvirusiomis ir jį vienodu kampu. R. Descartes neįvedė antrosios koordinacinių ašies. Kreivė išreiškiama lygtimi $f(x, y)=0$, jos teigiamosios šaknys vadinamos teisingomis, o neigiamosios – klaidingomis. Kadangi kiekvieną kreivę galima išreikšti lygtimi, kreivių susikirtimo taškus galima rasti išsprendus lygčių sistemą. Nors koordinacinių sistema, o ir pati analizinė geometrija galutinai susiformavo tik XVIII a., R. Descartes teisėtai laikomas jų pradininku, o stačiakampė koordinacinių sistema plokštumoje ir erdvėje vadinama jo vardu. Jo lygčių metodo dėka į matematiką įėjo *kintamojo dydžio* sąvoka.

Antrojoje „Geometrijos“ dalyje R. Descartes atliko kreivių klasifikaciją. Jos dėka ėmė formuotis *funkcijos* sąvoka. Čia R. Descartes rėmėsi Apolonijo Pergiečio „Kūgio pjūviais“ (su šiuo veikalu Europos matematikai susipažino XVI a.). Nagrinėdamas kūgio pjūvius ir jų savybes, surastas dar senovėje (Graiikijoje), bet naudodamasis algebros simbolika, jis išreiškė juos analiziškai II-jo laipsnio lygtimis. Toliau R. Descartes nagrinėjo kreivių normales ir liestines (elipsės, parabolės, Nikomedo konchoidės ir keturių naujų ovalo rūšių, vėliau pavadintų jo vardu) ir tokiu būdu priartėjo prie *diferencialinio skaičiavimo* metodų. Jis pateikė algebrinį liestinės uždavinio sprendimą neapibrėžtųjų koeficientų metodu. Spręsdamas atvirkštinį uždavinį, jis panaudojo pirmos eilės diferencialinės lygties integravimo metodą. R. Descartes nustatė parabolės $y=ax^n$ segmento plotą, surado jo sunkio centrą, rado paraboloido

segmento tūrį ir jo sunkio centrą. Taip jis pritaikė *integralinio skaičiavimo* metodus. Tačiau R. Descartes'ui diferencialinio ir integralinio skaičiavimo metodai didelio susidomėjimo nekėlė, jis vertino juos tik kaip pagalbinius. Antrosios dalies pabaigoje yra pastabos apie jo atrastojo koordinacių metodo taikymą trimatėje erdvėje, tačiau R. Descartes dar neįvedė taško koordinacių ir paviršiaus lygties sąvokų.

Trečioji „Geometrijos“ dalis skirta *bendrajai lygčių sprendimo teorijai*. Lygtis R. Descartes užrašo mums įprasta forma – jų dešinioji pusė lygi nuliui. Formuluoja teoremą apie tai, kad lygties šaknų skaičius lygus jos laipsniui. Į tą skaičių įeina teigiamosios („tikrosios“), neigiamosios („melagingosios“) ir menamosios („įsivaizduojamosios“) šaknys. III dalies pabaigoje išaiškinamas bendras geometrinis būdas trečiojo, ketvirtojo, penktojo ir šeštojo laipsnio lygtims spręsti (4, 5, 6, 7, 8, 9, 11).

Uždavinių sprendimo metodus R. Descartes nagrinėjo ir nebaigtame rankraštyje „Regulae ad directionem ingenii“ (10).

Savo laiškuose matematikui M. Mersenne'ui R. Descartes palietė ir kai kurias jo tyrinėtus *skaičių teorijos* klausimus – tobuluosius skaičius. Susidomėjimą skaičių teorija jam sukėlė Diofanto „Aritmetika“, su kuria Europos matematikai irgi susipažino XVI a. (8).

Kadangi pirmoji lietuviška matematinė knyga pasirodė 1885 m., praėjus net 235 metams po R. Descartes'o mirties, tai daugelis jo matematinių idėjų lietuviškai suskambo netiesiogiai, per sekėjus. Tačiau jau pirmajame lietuviškame aritmetikos uždavinynė „Užduotinas, tai ir Rankius užduocziu Aritmėtikos arba Rokundos mokslo“ (Tilžė, 1885), kurio autoriais daugelis laiko J. Spudulį ir P. Matulionį, 9 uždavinius rekomenduojama spręsti sudarant lygtį iš sąlygos. Mat suprantama, kad dauguma uždavinių turi būti sprendžiami aritmetiškai. Pirmasis sudėtinių aritmetinių uždavinių sprendimo metodiką bandė pateikti P. Vileišis savo knygelėje „Keturi svarbiausieji veikalai aritmėtikos“ (Tilžė, 1886) – antroje lietuviškoje matematinėje knygoje. Toliau uždavinių sprendimo klausimus savo metodikose aptarinėjo J. Murka, M. Vasiliauskas, A. Busilas, M. Mačernis, straipsniuose – J. Gvildys, P. Mašiotas, K. Masiokaitė-Bartninkaitienė, S. Antanaitis, V. Plaušinaitis, A. Taškūnas, St. Gobinėlis, S. Vainbergas, P. Šimaitis.

Su algebrine simbolika lietuvių skaitytoją pirmasis supažindino A. Smetona, 1916 m. išvertęs savo mokytojo Mintaujos (Jelgavos) gimnazijoje J. Blumbergo „Elementarinę algebrą“ (2 d.). Joje ir M. Bagdono (2 d., 1918–1922) bei L. Daukšos (1921) uždavinynuose dar nesiremiama funkcijos sąvoka. Jos pėdsakai pastebimi M. Šikšnio „Elementarinėje algebroje“ (4 d., 1921–1926) bei P. Mašio „Algebros uždavinynė“ (2 d., 1922). Prof. Z. Žemaičio ir kitų

matematikų pastangomis funkcijos sąvoka mokant algebros nuo 1928 m. imta vartoti kaip pagrindinė. Pirmasis papildomą algebros mokymo priemonę tam parengė J. Mašiotas (1930). Modernų, daug kuo lenkusį europinius analogus, gimnazijos algebros kursą parengė Z. Balutis-Balevičius (5 d., 1934–1935, I–II d. – su A. Busilu, mokslinis red. prof. Vikt. Biržiška). Po jo dar spėjo išleisti savo vadovėlius progimnazijai M. Šikšnys (3 d., 1939–1940), dr. J. Dailidė (4 d., 1938–1940), J. Mašiotas (3 d., 1937–1940). Beje, į trigonometrijos vadovėlių funkcijos sąvoką pirmasis įvedė prelatas A. Dambrauskas-Jakštas (1919). P. Mašiotas vadovėlyje (1919) jos dar nebuvo. tik ketvirtajame vadovėlio leidime, parengtame sūnaus J. Mašiotas (1936), funkcijos sąvoka įvesta. Knygose ir straipsniuose algebros bei trigonometrijos mokymą analizavo M. Šikšnys, P. Mašiotas, J. Gailevičius, A. Karalius, B. Ketarauskas, J. Mašiotas, A. Mažulytė, J. Šlapšys, S. Antanaitis, A. Graželis, P. Šernas, A. Raila, J. Lazauskas, Z. Žemaitis.

Analizinės geometrijos bei diferencialinio ir integralinio skaičiavimo pradmenys tuo metu dėstyti gimnazijų baigiamosiose klasėse. Vadovėlius jiems mokyti parašė J. Stoukus (1925, 1929), B. Ketarauskas (1934) ir itin modernų – A. Juška (1934). Buvo išleistas ir J. Gailevičiaus uždavinynas (1931). Apie aukštosios matematikos pradmenų mokymą gimnazijoje rašė O. Stanaitis, A. Karalius.

Minėtų vadovėlių, kitų knygų ir straipsnių autoriai savo darbuose nepasiūbė naujų reikšmingų matematikos ir jos mokymo metodikos idėjų. Jų galimybės ir uždaviniai buvo kiti: reikėjo per trumpą laiką sukurti matematikos mokymo lietuviškoje mokykloje bazę, lietuvišką matematikos terminiją, laiku perimti ir realizuoti užsienio pažangias pedagogines bei metodines idėjas (mokymo ryšio su gyvenimu, probleminio, diferencijuoto matematikos mokymo realizavimas, funkcijos sąvokos įvedimas į matematikos mokymą). Tai buvo sėkmingai padaryta. Jau antrajame Nepriklausomos Lietuvos gyvavimo dešimtmetyje matematikos mokymas mokykloje buvo pasiekęs europinį lygį (1, 2).

Aukštosios matematikos mokymas lietuviškai pradėtas 1920 m., įsteigus Aukštuosius kursus Kaune, kurie nuo 1922 m. tapo Lietuvos, nuo 1930 m. – Vytauto Didžiojo universitetu. Jau 1923 m. dauginimo prietaisu buvo išleistas prof. Z. Žemaičio diferencialinio skaičiavimo paskaitų kursas. Jo matematinės analizės paskaitų kursai buvo išleisti net 4 kartus. Panašų kursą 2 kartus išleido prof. Vikt. Biržiška, funkcijų teorijos paskaitų kursą – prof. O. Folkas, analizinės geometrijos – doc. P. Katilius. 1929 m. O. Folkas išleido pirmąjį lietuvišką aukštosios matematikos vadovėlį „Paprastųjų ir dalinių diferencialinių lygčių teorijos paskaitos“. Antrojo vadovėlio – „Analizinė geometrija“ (1940) autorius buvo P. Katilius. Matematikos mokslinių straipsnių

lietuviškai paskelbė profesoriai O. Folkas, Z. Žemaitis, Vikt. Biržiška, J. Graurogkas, docentai P. Katilius, O. Stanaitis, Lietuvos (Vytauto Didžiojo) universiteto Garbės daktaras ir Garbės profesorius prel. A. Dambrauskas-Jakštas, mokytojas S. Antanaitis. Pirmieji lietuviai matematikos daktarai savo disertacijas rašė ir gynė: vokiškai (P. Katilius, O. Stanaitis, A. Juška, J. Dailidė, K. Miecevičius), angliškai (P. Slavėnas, G. Žilinskas), itališkai (P. Lesauskis). Visi minėti aukštosios matematikos darbai toliau plėtojo R. Descartes'o ir jo sekėjų matematines idėjas (1, 2, 3).

Taigi nors ir gana vėlai pradėtas matematikos mokymas lietuviškai, jau per pirmuosius 55 metus (1885–1940) davė gražių vaisių ir padėjo tvirtą pamatą tolesnei matematikos mokslo plėtotei Lietuvoje. J. Kubiliaus, V. Statulevičiaus, B. Grigelionio – Lietuvos Mokslų Akademijos akademikų, taip pat kitų Lietuvos matematikų darbų dėka mūsų šalies vardas gražiai skamba pasaulio matematikos kontekste.

Literatūra

1. *Ažubalis A.* Iš Lietuvos matematinio švietimo praeities. Kaunas, 1993.
2. *Ažubalis A.* Matematikos mokymo lietuviškoje mokykloje raida (XIX a. pr.–1940 m.). Vilnius, 1995.
3. *Banionis J.* Matematikos mokslo raida Lietuvoje 1920–1940. Vilnius, 1994.
4. *Gleizeris G.* Matematikos istorija mokykloje VII–VIII klasė. Kaunas, 1986.
5. *Gleizeris G.* Matematikos istorija mokykloje X–XII klasė. Kaunas, 1989.
6. Lietuviškoji tarybinė enciklopedija. Vilnius, 1977. T. 2. P. 616.
7. *Бородин А. И., Бугай А. С.* Биографический словарь деятелей в области математики. Киев, 1979.
8. *Матвиевская Г. П.* Рене Декарт. Москва, 1989.
9. *Никифоровский В. А.* Из истории алгебры XVI–XVII в. Москва, 1979.
10. *Поля Д.* Математическое открытие. Москва, 1976.
11. *Стройк Д. Я.* Краткий очерк истории математики. Москва, 1990.