

E NEKRASAS

DAŽNUMINĖ TIKIMYBĖS INTERPRETACIJA

Mokslo filosofijoje, o siauriau — mokslo logikoje ir metodologijoje, tikimybės terminą galima nagrinėti kaip priklausantį arba objektinei kalbai, arba metateorinei kalbai. Metateorinėje kalboje jis naudojamas, analizuojant mokslinių hipotezių, teorijų patvirtinimo empiriniais duomenimis laipsnį, vienu teorijos teiginių santykį su kitais; be to, jį galima interpretuoti kaip loginę tikimybę ir eksplikuoti įvairiose tikimybinės logikos teorijose. Objektine kalba aprašomos įvykių tikimybės. Šia kalba taip pat aprašoma tikimybė, kad objektas turi tam tikrą požymį.

Objektinėje kalboje galimos klasikinė, dispozicinė ir dažnuminė tikimybės interpretacijos. Apsiribosime keliomis problemomis, su kuriomis susiduria dažnuminė interpretacija.

Nors tikimybių teorija kaip savarankiška mokslinė teorija atsirado XVII amžiuje, bet dažnuminės interpretacijos idėją suformulavo jau Aristotelis (tikėtina tai, kas įvyksta dažniausiai). Pabandykime patikslinti, kas tai yra „dažniausiai“.

Tegul A ir B yra kokios nors klasės. Tada $p(B/A)$ (tai reiškia tikimybę, kad įvykis, priklausantis klasei A, kartu priklauso ir klasei B) dažnuminės koncepcijos rėmuose yra interpretuojama kaip B įvykių santykinis dažnumas klasėje A, kuri vadinama referencijos klase. A ir B gali būti požymiai, tada $p(B/A)$ yra tikimybė, kad objektas, turintis požymį A, turi ir požymį B. Ji interpretuojama kaip objektų, turinčių požymį B, skaičius tarp objektų su požymiu A.

Aišku, tokia tikimybės interpretacija, bent jau suprantama paraidžiui, galima tik tuo atveju, kai klasės A narių skaičius yra baigtinis. Tada santykinis dažnumas yra $A \cdot B$ narių skaičiaus santykis su A narių skaičiumi. Tokia interpretacija tikimybių teorijos aksiomas paverčia įrodymomis teoremomis. Jeigu klasių A ir B narių skaičius būtų galima nustatyti, tai dažnuminė interpretacija nesusidurtų su jai kylančiomis realiomis problemomis. Tiesa, šiuo atveju aiškinimas, kad tikimybinio pobūdžio teiginiai yra mokslinės teorijos sudėtinė dalis, būtų problema-

tiškas. Daugelis mokslo tyrinėtojų mano, jog vienas svarbiausių reikalavimų teiginiui, kad jį būtų galima laikyti mokslo dėsnium, yra jo patvirtinimo ir numatymo sričių nesutapimas, t. y. principinė galimybė falsifikuoti tvirtinimą, jei ne individualiai, tai bent kaip tam tikro teorijos fragmento dalį. Teiginys, iš kurio (gal būt, kartu su kitais teorijos teiginiais) neįmanoma išvesti teiginių, apibūdinančių dar nestebėtus reiškinius (t. y. jo vėliau nebebus galima atmesti kaip klaidingo), matyt, negali būti mokslo dėsnium. Tokio teiginio patvirtinimo sritis (stebėti reiškiniai) ir numatymo sritis (reiškiniai, kuriuos galima stebėti) sutampa. Todėl tikimybinis teiginys galėtų būti laikomas tikrai empiriniu, t. y. apibūdinančiu faktinę dalykų padėtį. Bet tai yra atskiras ir sudėtingas klausimas, ir jo nagrinėjimas čia būtų netikslingas.

Pirmiausia, dažnai neaišku, ar klasė A yra baigtinė. (Klasės B dydis nesvarbu, nes $A \cdot B$ narių skaičius negali būti didesnis už A narių skaičių.) Tiesa, tam tikrose kosmologinėse ir kosmogoninėse teorijose tas klausimas negalėtų būti principinis, bet vargu ar dažnuminė interpretacija, pretenduojanti į adekvatišką mokslinės praktikos analizę, ką nors iš to laimėtų. Be to, baigtinės (aibių teorijos prasme) visatos, o tuo pačiu ir baigtinio įvykių bei objektų skaičiaus modelis, erdvę ir laiką suprantant diskretiškai, kol kas yra hipotetinis.

Antra, net nustatčius, kad klasė yra baigtinė, dėl vienu ar kitu priesąsčių dažnai negalima jos suskaičiuoti. Bet kadangi tikimybės interpretacija baigtinėms ir suskaičiuotoms klasėms yra patenkinama, tai natūralu pabandyti išplėsti jos pritaikymo sritį, modifikuojant pačią interpretaciją — laikant tikimybę riba, prie kurios artėja santykiniai dažnumai poklasiuose, kai poklasių narių skaičius neapibrėžtai didėja.

Atrodo, tokią interpretaciją XIX a. pirmą kartą suformulavo Dž. Venas¹, o šiame šimtetyje geriausiai žinomi jos adeptai yra R. Mizesas² ir H. Raichenbachas³. Jei laikysime, kad baigtinėms klasėms, kurias galima suskaičiuoti, taikoma nmodifikuota interpretacija, tai iš karto tenka atkreipti dėmesį štai į ką: modifikuota interpretacija greičiau taikytina sekoms, negu klasėms. Baigtinėms klasėms tikimybės nustatymas buvo nepriklausomas nuo eilės, kuria klasės nariai buvo stebimi, bet toks tvirtinimas netinka begalinėms klasėms. Tačiau, prieš pradėdami nagrinėti ribos priklausomybę nuo klasės narių stebėjimo tvarkos, pabandykime išsiaiškinti, ar iš viso čia galima vartoti ribos sąvoką.

Laikykite, kad klasės narių stebėjimo tvarka nustatyta, arba, kitaip tariant, klasė yra sutvarkyta ir žinomas jos pirmasis narys. Tada klasę galima laikyti serija.

¹ J. Venn, *The Logic of Chance*, London and Cambridge, 1866.

² R. von Mises, *Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit*, Wien, 1928, 190 S.

³ H. Reichenbach, *Wahrscheinlichkeitslehre*, Leiden, 1935, 452 S.

Dž. Venas manė, kad ribos sąvoka gali būti formuluojama hipotetiškai: jei serijos atsiradimo aplinkybės lieka tos pačios, tai pakankamai ilgoje serijoje jos charakteristikos pasirodys nekintamos. Dž. Venas tikimybių teorijos objektu laikė daiktų ar įvykių klases, arba serijas, kurios „kombinuoja individualų įreguliarumą su agregatiniu reguliarumu“. Bet serijos ir ireguliarumo, o kartu ir ribos sąvokų jis nepatiksino.

Reikia pastebėti, kad matematikoje sekos riba turi prasmę tik tuo atveju, jei duota pati seka (serija), o ji pateikiama generuojančios funkcijos dėka, kuri leidžia nustatyti bet kurio sekos nario pavidalą, jei tik duotas jo eilės numeris. Bet kokią prasmę gali turėti empiriškai duotos sekos riba? Čia negalima nurodyti jokios taisyklės, kuri leistų nustatyti sekos narį iš jo numerio. Pavyzdžiui, metant monetą, nežinoma, koks bus n -tojo metimo rezultatas. Jei turime įvykių seką X : $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ ir jai priskirtą kitą seką F : $f_1, f_2, \dots, f_n, \dots$, kur x_k yra įvykiai iš A , o f_k yra B įvykių skaičius tarp pirmų k sekos X narių, tai tikimybė p laikoma f_n/n riba, n be galo didėjant. Bet turint tik baigtinį sekos X narių skaičių ir nieko nežinant apie tolesnius jos narius, negalima, atrodo, sukonstruoti sekos F , o tuo pačiu ir kalbėti apie f_n/n konvergavimą. Sekos generavimas yra susijęs su tam tikrų sąlygų pastovumu, todėl A. Kolmogorovas⁴ laiko, kad tikslus perėjimas prie ribos negali turėti realios reikšmės, nes A yra susieta su tam tikrais reikalavimais, o šie negali būti išlaikyti neapibrėžtai ilgai ir neribotai tiksliai. Formuluojant dažnumo pastovumo principą, reikėtų nustatyti būdus begalinėms bandymų serijoms gauti, o tos serijos gali būti tik matematinė fikcija.

Tuo tarpu A. Papas⁵ mano, kad nors formalus perėjimas prie ribos ir negalimas, bet realioje mokslo praktikoje tokios procedūros nėra labai retos. Pagrindu, matyt, yra momentinio greičio apibrėžimas, greitį suprantant kaip kelio, nueito per tam tikrą laiko intervalą, ir to laiko intervalo ilgio santykio ribą, laiko intervalui neribotai mažėjant. Į tai dėmesį atkreipė ir S. Amsterdamskis⁶. Nėra galimybės stebėti begalinę kelio intervalų, atitinkančių vis mažėjančius laiko intervalus, seką. Tuo tarpu pati formulė sėkmingai vartojama, aprašant įvairių kūnų judėjimą.

Bet čia tenka pastebėti, kad minėta riba turi prasmę tik tada, kai duota $S=S(t)$, t. y. kai žinomas kūno nueinamas kelias, kaip laiko funkcija. Momentinis greitis yra teorinės mechanikos terminas, o eksperimentu nustatomas tik vidutinis greitis pakankamai mažame laiko intervale. Laikoma, kad tas vidutinis greitis gali prilygti momentiniam greičiui, būdamas jam artimas.

⁴ A. Н. Колмогоров, Теория вероятностей.—Кн.: «Математика, ее содержание, методы и значение», т. II, М., 1956, стр. 274.

⁵ A. Pap, Introduction to the Philosophy of Science, London, 1963, p. 179.

⁶ С. Амстердамский, Об объективных интерпретациях понятия вероятности.—Кн.: «Закон, необходимость, вероятность», М., 1967, стр. 98.

Taigi perėjimo prie ribos empiriškai generuotose sekose galimybė lieka problematiška.

Dabar panagrinėsime antrą keblų klausimą, su kuriuo susiduria dažnuminė interpretacija,— ribos vienareikšmiškumą.

Seką X iš klasės A gali būti išrinkta įvairiais būdais; jeigu klasės A narius, kurie yra kartu ir B nariai, pažymėsime 1 , o tuos, kurie nėra B nariai, 0 , tai gali būti išrinkta seka $0,1, 0,1, 0,1\dots$ Tokiai sekai $p(B/A)$ aiškiai lygi $1/2$. Bet jeigu stebėsime tik lyginius sekos narius, tai $p(B/A)=1$, o jei nelyginius — $p(B/A)=0$. Todėl, pasikeitus stebėjimo tvarkai, pavyzdžiui, laiko momentams, kai stebimi A nariai, radikaliai pasikeis ir tikimybės įvertinimai.

Kad tokie atvejai nepasitaikytų, R. Mizesas įvedė ireguliarumo sąvoką — seka vadinama ireguliaria, jei ribinis dažnumas visuose begalinuose posekiuose, išskirtuose, nurodant numerius tų sekos narių, kurie turi įeiti į išskirtą posekį, yra pastovus ir lygus visos sekos dažnumo ribai.

Deja, tokiu būdu, kaip pastebėjo A. Činčinas⁷, dar labiau sukomplikuojamas klausimas dėl pačios sekos ribos egzistavimo, nes ireguliarumo principas eksplacitiškai atmeta bet kokią galimybę empiriškai generuotai sekai būti analogiškai matematinėms sekoms, kurioms formuluojama ribos sąvoka, ir teigia principinį negalimumą nurodyti bet kurio sekos nario su fiksuotu eilės numeriu pavidalą.

Sunku nurodyti sekos ireguliarumo kriterijus, kurie nebūtų identiškai ireguliarumo apibrėžimui. O patikrinti tiesiogiai, ar seka yra ireguliari, sunkoka, nes kokių posekių skaičių bepatikrintume, visada galima nurodyti naujus posekįs, kuriuose santykinis dažnumas gali skirtis nuo dažnumo pačioje sekoje, t. y. patikrinimo procedūra nebaigiama per baigtinį laiko intervalą.

A. Papas laiko, kad šis priekaištas nėra pagrįstas. Keičiantis stebėjimo tvarkai, keičiasi ribos įvertinimai, bet ne pati riba. Norint parodyti, jog pati riba, o ne jos įvertinimai priklauso nuo tvarkos, kuria yra stebimi A nariai, reikia tą ribą žinoti, bet kaip tik jos žinoti negalima, todėl mes turime remtis induktyviais įvertinimais.

Deja, tada tampa neaišku, kam reikalinga tokia riba, jei, mėgindami ją nustatyti, turime remtis tuo, kad jos nustatyti negalima. Paprasčiau būtų samprotauti taip: jeigu skirtingų sekų X tikimybės p įvertinimai, gaunami iš kokio nors f_N , labai skiriasi, tai iš to teks padaryti išvadą, kad klasė A klasės B atžvilgiu nėra homogeniška; pavyzdžiui, sąlygos, kuriose stebimi B įvykiai, pamažu keičiasi. Kita vertus, kyla klausimas, ar praktikoje susiduriama su tokiomis įvykių klasėmis, kurių nehomoge-

⁷ А. Я. Хинчин, Частотная теория Р. Мизеса и современные идеи теории вероятностей.— «Вопросы философии», № 1—2, 1961.

niškumo priežasčių negalima nustatyti, o vis tik santykiniai dažnumai natūraliu būdu gaunamose serijose iš tų klasių yra radikalčiai skirtingi? Paprastai eksperimentuojama ar stebima tam tikrose standartinėse sąlygose, stebėjimo momentų laikas nėra iš anksto reglamentuojamas, o jei ir yra nustatomas, tai laiko momentų nurodymą galima laikyti papildoma referencijos klasės specifikacija. Jeigu ir ateityje bus stebima atitinkamais laiko momentais, tai stebėjimai, galima tikėtis, tokiu atveju patvirtins numatytas tikimybinės sekos charakteristikas.

Bet čia vėl perėjimas prie ribos niekur nerealizuojamas, ir kalbama tik apie eksperimentinių duomenų sąryšį su tikimybe, t. y. pastaroji nefunkcionuoja kaip empirinis terminas.

Neretai dažnuminei koncepcijai priekaištaujama, kad ji nesugeba analizuoti atskiro įvykio tikimybės. Standartinis atsakymas yra toks: dažnuminėje koncepcijoje *ex definitione* tikimybė priskiriama įvykių klasėms, o ne atskiriems įvykiams, ir apie pastarųjų tikimybes galima kalbėti tik eliptine prasme, laikant juos individualiais, egzemplifikuojančiais tam tikrą klasę. Dažnuminės koncepcijos priešininkas galėtų pastebėti, kad individo savybių skaičius yra didelis, jei ne begalinis, ir todėl jį galima traktuoti, kaip egzemplifikuojantį, šiaip ar taip daugiau negu vieną klasę. Racionalaus tikėjimo laipsnio tipo teorijos, traktuojančios tikimybę, kaip protoingo tikėjimo tuo, kad koks nors įvykis įvyks, laipsnį, paprastai laikomos pranašesnės už dažnumines, nes jos leidžia kalbėti apie atskiro įvykio tikimybę, nenagrinėjant tos didelės klasių aibės. Tiesa, A. Ejeris tvirtino, kad su panašiais sunkumais susiduria ir nedažnuminės teorijos⁸.

Jei kas nors lažinasi, kad lenktynes laimės, pavyzdžiui, žirgas Eklipasas, tai jam reikia nustatyti šitos hipotezės a tikimybės įvairių duomenų h atžvilgiu $p_1(a/h_1)$, $p_2(a/h_2)$, ..., $p_z(a/h_1 \dots h_n)$. Bet kodėl mes turime pasirinkti p_z , t. y. įvertinti hipotezės tikimybę pagal visus turimus duomenis? Galime tvirtinti, kad tik p_z , nustatyta, remiantis visais reikšmingais duomenimis, geriausiai įvertina tikimybę. Bet ką tai reiškia? „Įvykis įvyks arba ne. Tai, kad jis tikriausiai įvyks, yra tik klaidinantis būdas pasakyti, jog teiginys, kad jis įvyks, yra tikėtinas kitų teiginių pagrindu. Bet tai leidžia mums pasirinkti tuos kitus teiginius laisvai tik su viena sąlyga, jog mes turime pakankamai garantijų juos priimti“⁹. Tačiau A. Ejeris laiko, kad tie sunkumai, su kuriais susiduria tiek dažnuminės, tiek nedažnuminės teorijos, menkai skiriasi. Jo požiūriu, nėra skirtumo tarp referencijos klasės specifikacijos ir duomenų klasės pasirinkimo.

Pabandysime įrodyti, kad skirtumas yra. Pirmiausia atskiro įvykio tikimybės problema dažnuminei koncepcijai yra ne teorinė, o praktinė

⁸ A. J. Ayer, *The Conception of Probability as a Logical Relation.*—Kn.: „Observation and Interpretation. Ed. by S. Körner“, London, 1957, p. 15.

⁹ Ten pat, p. 13.

problema, nes teoriškai klausimas išsprendžiamas, jei atskirą įvykį laiko-
me reprezentuojančiu tam tikrą klasę. Tereikia tik nurodyti, kaip prak-
tiškai išskirti tą klasę.

Ieškamai referencijos klasei išskirti gali būti taikoma ši procedūra. Išskyrus maksimalų nagrinėjamu požiūriu reikšmingų įvykio charakteris-
tikų skaičių, jų pagrindu intensionaliai apibrėžiame referencijos klasę
R, kuriai priklauso ir nagrinėjamas įvykis. Savaime suprantama, čia kal-
bama apie objekto savybes, nagrinėjant tikimybę, kad A įvykis yra taip
pat B įvykis. Reikšmingomis savybėmis laikomos tos, kurios vienu ar
kitu mastu gali pakeisti laukiamą rezultatą, pavyzdžiui, nuo kurių pri-
klauso objekto ir jo aplinkos sąveika, ką paprastai galima nustatyti bent
jau makrolygyje. Mikroobjektai, kaip neindividualizuojami, čia nesukelia
naujų sunkumų, nes jiems referencijos klasė gali būti nustatyta viena-
reikšmiškai. Rezultato pakitimo galimybė nustatoma žinomų teorijų pa-
grindu. Pailiustruosime tai monetos metimo pavyzdžiu.

Nesunku matyti, kad konkretaus monetos metimo rezultatai aiškiai
priklauso ne tik nuo pačios monetos savybių, bet ir nuo eilės metimo
situacijos parametrų: monetos padėties išmetimo momentu, monetos su-
kimosi greičio ir kitų. Daugiausia tai mechaninės charakteristikos, ir tam
tikromis sąlygomis galima apskaičiuoti metimo rezultatą, t. y. atsakyti
į klausimą, kas iškris — skaičius ar herbas. Žinoma, tenka padaryti iš-
lygą, kad visos metimo sąlygos turi būti tiksliai išlaikytos. Tuo tarpu
monetos spalva neatrodo reikšminga, ir todėl neturi būti įtraukta į para-
metrų, specifikuojančių referencijos klasę, skaičių.

Iš pavyzdžio matyti, kad kai kuriais atvejais tikimybinė situacija gali
būti pertvarkyta į deterministinę, detalizuojant dalį situacijos charakte-
ristikų. Tokia detalizacija yra galima ir sudėtingesnėse, negu monetos
metimas, situacijose. Svarbu tikrai suprasti, kad kai klausama, kokia yra
tikimybė, jog šiuo metimu iškris herbas, tai paprastai nespacificuojamos
to metimo charakteristikos. Nors metimo rezultatą galima teoriškai nu-
matyti, bet praktiškai tai neturi reikšmės, nes pradinės sąlygos nėra žino-
mos ir nėra pastovios. Panašiai suprantama ir tikimybė, kad konkretus
žmogus susirgs pneumonija. Tiesa, šiuo atveju iškyla viena problema.
Žmogus gali būti tiek individualus, kad, panaudodami aukščiau aprašytą
referencijos klasės nustatymo procedūrą, galime gauti klasę su vieninte-
liu elementu — pačiu individu. Tokiu atveju statistika menkai tegalėtų
pasitarnauti. Bet vienais atvejais situacija gali virsti deterministine, o ki-
tais atvejais N. Kuperis¹⁰ siūlo referencijos klasę praplėsti potencialiais
identiškais individualais ir tvirtina, kad gydytojas, sakydamas: „tikėtina, kad

¹⁰ N. Cooper, *The Concept of Probability*.— „British Journal for the Philosophy of Science“, vol. XVI, Nr. 63, Nov. 1965.

jūs nesusirgsite (ar susirgsite) šia liga“ po to, kai nuodugnai ištyrė pacientą, elgiasi būtent taip.

Kadangi referencijos klasės kolapsas nėra pageidautinas, bent jau dažnuminės koncepcijos atstovui, pabandydysime panagrinti smulkiau, kaip galima jo išvengti.

Klasės praplėtimas potencialiais nariais yra labai natūralus dalykas, bent jau matematikoje. To praplėtimo galimybe remiasi potencialios begalybės sąvoka — viena iš pagrindinių matematikoje. Bet dažnuminė tikimybės interpretacija, lygiai kaip ir kitos, nėra šiuolaikinės tikimybių teorijos dalis. Dažnuminė interpretacija *explicite* formuluojama eksperimento terminais, todėl potencialios begalybės vartojimas matematikoje yra menka paguoda. Svarbu tai, kaip klasėje, kurioje tam tikri, o gal ir beveik visi nariai yra potencialūs, atlikti stebėjimus, kurių rezultatai patvirtintų arba paneigtų hipotetinį tikimybinį pasiskirstymą. Kuperis to nenurodo.

Vis tik kai kuriais atvejais tokia truputį rizikinga operacija galima.

Laikykime, kad savybės, specifikuojančios referencijos klasę, yra nepriklausomos. Tokiomis galima laikyti savybes, nagrinėtas monetos metimo pavyzdyje. Tokiu atveju galima iširti klases objektų, kurie yra identiški tam tikrų savybių atžvilgiu. Tyrimo rezultatai gali būti panaudoti, nustatant įvairių savybių koreliaciją su nagrinėjamu rezultatu ar savybe. Tokią procedūrą pritaikius visoms reikšmingoms savybėms, galima gauti daugiau ar mažiau pilną ir tikslų referencijos klasės su potencialiais elementais tikimybinio pasiskirstymo vaizdą. Analogiškas operacijas tenka atlikti, projektuojant unikalius techninius objektus, pavyzdžiui, kosminius aparatus. Tokio aparato didelis patikimumas yra labai svarbi konstravimo sąlyga. Vienu ar kitų įvertinimų pagrindu nustatčius minimalų jo patikimumo laipsnį (t. y. tikimybę, kad aparatas funkcionuos normaliai), reikia aparatą konstruoti taip, kad tas patikimumo laipsnis būtų išlaikytas. Paprasčiausiu atveju, kai aparatą galima laikyti sudarytą iš n nepriklausomų mazgų ir kiekvieno jų normalus funkcionavimas yra būtinas tam, kad aparatas veiktų normaliai, aparato patikimumo laipsnis bus lygus visų mazgų patikimumo laipsnių sandaugai. Net ir tuo atveju, kai aparatas yra unikalus, dažnuminės interpretacijos dėka jį galima priskirti referencijos klasei, sudarytai iš identišκών objektų, kurie, savo ruožtu, sukonstruoti iš analogišκών mazgų ir detalių. Detalių patikimumą galima nustatyti, išnagrinėjus jų funkcionavimą kitų aparatų sudėtyje (pagamintuose objektuose).

Kaip matyti iš aprašytos referencijos klasės nustatymo procedūros, klasę paprastai stengiamasi kuo daugiau susiaurinti. Taigi analogiško metodo taikymo racionalaus tikėjimo laipsnio teorijoms negalima pateisinti. Ar tai galima padaryti, laikantis dažnuminės koncepcijos?

Viena vertus, aprašyta procedūra yra natūrali pagal analogiją su netikimybinu aprašymu. Detali įvairių objektų klasifikacija yra efektyvi priemonė, padedanti nustatyti deterministinius ryšius.

Bet, kita vertus, klasės siaurinimo pagrindas yra praktinio pobūdžio.

Zinoma, atskirų įvykių tikimybių nustatymo atvejų yra daugiau kaip vienas. Taikymo problema žymia dalimi susijusi su tikimybės priskyrimu atskiriems įvykiams tiek iš vienos klasės, tiek iš visai skirtingų klasių. Bet tokiu atveju galima dar kartą panaudoti dažnuminės interpretacijos idėjas. Teisingo numatymo atvejų yra daugiau, taikant kaip tik minėtą referencijos klasės išskyrimo procedūrą, negu naudojant kokią nors kitą. Tai rodo tas faktas, kad analogiškos procedūros taikomos mokslinėje ir techninėje praktikoje.

Siuo požiūriu dažnuminė interpretacija yra pranašesnė už kitas koncepcijas, kurios susiduria su žymiai didesniais sunkumais, kai reikia nustatyti pakankamą duomenų skaičių, kad tikimybė būtų „gyvenimo vadovu“. R. Karnapo totalinio liudijimo (evidence) principas net tada, kai jis įtraukiamas į tikimybės definiciją, yra nepakankamai apibrėžtas. Kalbant apie visus duomenis, tenka nurodyti, ar tai yra visi duomenys, kuriais naudojasi konkretus individas, ar tai yra visi duomenys, kuriais jis gali disponuoti, ar tai apskritai yra visi teisingi teiginiai. Pirmu atveju nebus patenkintas intersubjektyvumo kriterijus, nes turima informacija nėra invariantiška individų klasėje, antru atveju atsiras sunkumų, nustatant individo galimybių sferą, o trečiu — bus problematiškas teisingų teiginių klasės apribojimas, pašalinant iš jos teiginius, kurie implikuoja nagrinėjamą hipotezę (įvykis įvyks, objektas turės tam tikrą savybę) arba jos neigimą. O dažnuminė koncepcija leidžia įvertinti, ar reikšminga informacija yra panaudojama efektyviai, ar ne, koreguojant eksperimentinių (stebėjimo) rezultatų pagalba tikimybės įvertinimus.

Pabandysime padaryti trumpas išvadas. Kai kurie priekaištai dažnuminės koncepcijos adresu nėra pakankamai argumentuoti. Tačiau pagrindinis sunkumas, su kuriuo susiduria toji koncepcija — empiriškai generuotos sekos santykinų dažnumų ribos nustatymas — vargu ar įveikiamas.