LMD mokslo darbai, III tomas, 336–341

Reaktoriaus dinamikos modelio analizė

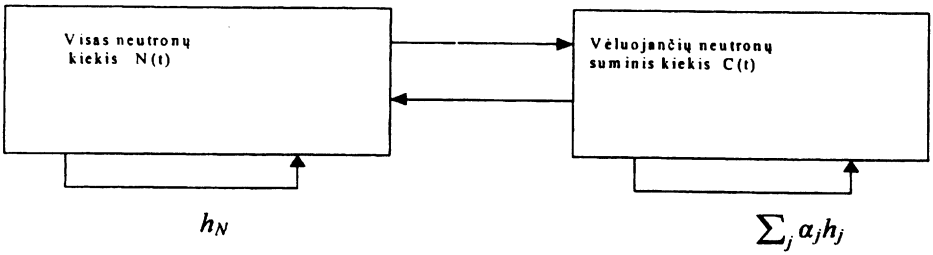
Kostas BUČYS (KU), Donatas ŠVITRA (KU, MII)
el. paštas: renret@ip.ku.lt

1. Dinamikos lygčių išvedimas

Bendros visų tipų reaktoriams pagrindinės reaktorių dinamikos sąvokos – tai reaktyvumas, neutronų gyvenimo trukmė ir vėluojantys neutronai.

Tegul k – neutronų efektyvusis daugėjimo koeficientas. Tada reaktyvumas $\rho = (k - 1)/k$. Taškinis modelis turi prasmę tik kai dydis k artimas 1 ir tai galioja daugeliui praktiškai svarbių atvejų [2].

Reaktyvumas priklauso nuo reaktoriaus dydžio, įvairių medžiagų kiekio ir tankio jų nutekėjime ir absorbavimosi, o taip pat nuo reaktoriaus darbo priešistorijos [2]. Šio grįžtamojo ryšio nustatymas – viena iš pagrindinių reaktoriaus dinamikos problemų.



1 pav. Supaprastintas neutroninis ciklas.

Reaktoriaus dinamikos lygtys

$$\dot{N}(t) = \rho_N \cdot N(t), \tag{1}$$

$$\dot{C}(t) = \rho_C \cdot C(t) \tag{2}$$

paprastai yra netiesinės, nes į jas įeina reaktyvumo ir momentinės reaktoriaus galios sandaugos [3].

Neutronų kartos (generacijos) gyvenimo trukmė h_N yra vidutinis neutronų daugėjimo laikotarpis. Jis gali būti labai trumpas $\left(10^{-8}s\right)$ greitųjų neutronų reaktoriuose arba ilgesnis $\left(10^{-3}s\right)$ šiluminių neutronų reaktoriuose.

Vėluojantys neutronai, nors ir sudaro mažiau kaip 1% visų neutronų išeigos dalijimosi metu, nepaprastai svarbūs, nes reaktorių dinamikoje apibrėžia pereinamųjų procesų laiko hierarchiją (keleto sekundės eilės). Tai susiję su jų pakankamai ilgos trukmės skilimo pusperiodžiais.

Neutronų grandininė reakcija tampa save palaikančia vien tik momentinių neutronų dėka labai retai. Dažniausiai palaikyti grandininę reakciją be vėluojančių neutronų neįmanoma. Jei visi neutronai būtų momentiniai, tai būtų nepaprastai sunku valdyti reaktorių paprastų mechaninių priemonių pagalba.

Monografijoje [2] branduolinio reaktoriaus taškinį modelį, atsižvelgiantį į vėluojančių neutronų įtaką, sudaro paprastų diferencialinių lygčių sistema

$$\dot{N}(t) = \frac{\rho - \beta}{\ell} N(t) + \sum_j \lambda_j C_j(t) + q, \tag{3}$$

$$\dot{C}(t) = \frac{\beta_j}{\ell} N(t) - \lambda_j C_j(t); \tag{4}$$

kur $N(t)$ – visų neutronų tankis laiko momentu t; $C_j(t)$ – j-osios grupės vėluojančių neutronų (branduolių-pirmtakų) tankis laiko momentu t; q – neutronų išorinių šaltinių galia; ρ – reaktyvumas; $\beta = \sum_j \beta_j$ – vėluojančių neutronų dalis; ℓ – vidutinis neutronų generacijos laikas($\ell = h_N$); λ_j – vėluojančių neutronų generacijos greičių koeficientai.

Vėluojantys neutronai pasižymi išreikšta amžine struktūra, t.y. turi skirtingus skilimo pusperiodžius. Sistemoje (3)–(4) į tai atsižvelgiama netiesiogiai.Tai ir suprantama, kadangi paprastų diferencialinių lygčių sistema negali būti adekvati diferencialinėms lygtims su dalinėmis išvestinėmis arba diferencialinėms lygtims su vėlavimu, kurios tinka aprašyti realioms sistemoms su pasiskirsčiusiais parametrais [1]. Todėl taškiniame modelyje (1)–(2) reaktyvumai ρ_N ir ρ_C turėtų priklausyti nuo reaktoriaus galios ir nuo jo darbo priešistorijos. Atsižvelgdami į tai ir į sistemos (3)–(4) struktūrą, nagrinėkime ρ_N ir ρ_C kaip tiesinių beinercinių reguliatorių sumas

$$\rho_N = r_N[1 - \frac{N(t - h_N)}{N_0}] - r_{NC}\left(1 - \frac{C(t)}{C_0}\right), \tag{5}$$

$$\rho_C = r_C[1 - \frac{1}{C_0}\sum_j \alpha_j C(t - h_j)] - r_{CN}\left(1 - \frac{N(t)}{N_0}\right), \tag{6}$$

kur r_N, r_{NC}, r_C, r_{CN} pastovūs teigiami dydžiai; $N(t)$ – visų neutronų tankis (reaktoriaus galia) laiko momentu t; N_0 – jo stacionari reikšmė; $C(t)$ – vėluojančių neutronų (branduolių-pirmtakų) sumarinis tankis laiko momentu t; C_0 – jo stacionari reikšmė; $h_N > 0$ – vėlavimas, atspindintis trikdžius grįžtamojo ryšio grandinėje „galia-reaktyvumas"; $h_j > 0$ – vėlavimas, reiškiantis vėluojančių neutronų j-osios grupės generacijos laiką (skilimo pusperiodį $T_{1/2}$); $\alpha_j = \frac{\beta_j}{\beta}$ – vėluojančių neutronų santykinė išeiga ($\sum_j \alpha_j = 1$).

Teiginys, kad reaktoriaus galia pasireiškia kaip tiesinis beinercinis reguliatorius su vėlavimu grįžtamojo ryšio „galia-rektyvumas" grandinėje buvo suformuluotas ir realizuotas paprasto taškinio modelio pagrindu monografijoje [3].

Jau minėjome, kad vėluojantys neutronai sudaro mažiau kaip $1\ \%$ visos neutronų išeigos, todėl išraiškoje (5) galioja nelygybė $r_N >> r_{NC}$. Todėl

$$r_{NC} = a r_N, \tag{7}$$

kur a – mažas parametras.

Savo ruožtu, dydžiai r_C ir r_{CN} turėtų būti vienos eilės. Paprastumo dėlei laikysime, kad

$$r_C = r_{CN}. \tag{8}$$

Iš sistemos (1)–(2) ir išraiškų (5)–(8), paėmę $j = 6$, gauname netiesinių diferencialinių lygčių sistemą

$$\dot{N}(t) = r_N[1 + a(1 - \frac{C(t)}{C_0}) - \frac{N(t - h_{N)}}{N_0}]N(t), \tag{9}$$

$$\dot{C}(t) = r_C[\frac{N(t)}{N_0} - \frac{1}{C_0}\sum_{j=1}^{6}\alpha_j C(t - h_j)]C(t). \tag{10}$$

Čia r_N – neutronų tankio tiesinio augimo koeficientas; r_C – vėluojančių neutronų tankio tiesinio augimo koeficientas; a $(-1 < a \leqslant 0)$ – reaktoriaus galią reguliuojantis mažas parametras. Kiti pažymėjimai apibrėžti sistemoje (5)–(6).

Sistemoje (9)–(10) pastebima aiškiai išreikšta laiko hierarchija: $r_N >> r_C$ ir $h_j >> h_N$. Todėl remiantis gerai žinoma Tichonovo teorema, iš sistemos (9)–(10) prie $h_N = 0$ seka, kad

$$\frac{1}{r_N}\dot{N}(t) \approx 0 \quad \text{ir} \quad \frac{N(t)}{N_0} \approx 1 + a[1 - \frac{C(t)}{C_0}]. \tag{11}$$

Todėl sistema (9)–(10) susiveda į vieną lygtį

$$\dot{C}(t) = r_C[1 + a(1 - \frac{C(t)}{C_0}) - \frac{1}{C_0}\sum_{j=1}^{6}\alpha_j C(t - h_j)]C(t). \tag{12}$$

2. Tiesinė analizė

Lygtis (12) turi dvi pusiausvyros būsenas

$$C(t) = 0, \quad C(t) = C_0.$$

Akivaizdu, kad pirmoji yra nestabili. Lygtyje (12) padarę keitinį

$$C(t) = C_0[1 + x(t)] \tag{13}$$

gauname lygtį

$$\dot{x}(t) + r_C[ax(t) + \sum_{j=1}^{6}\alpha_j x(t - h_j)][1 + x(t)] = 0, \tag{14}$$

kurios tiesinė dalis yra

$$\dot{x}(t) + r_C[ax(t) + \sum_{j=1}^{6}\alpha_j x(t - h_j)] = 0. \tag{15}$$

Lygties (15) charakteringasis kvazipolinomas yra

$$P(\lambda) = \lambda + p + r_C \sum_{j=1}^{6} \alpha_j e^{-\lambda h_j}, \tag{16}$$

kur $p = a r_C$.

D – suskaidymo metodu [3] ištirsime (16) kvazipolinomo šaknų išsidėstymą kompleksinėje plokštumoje.

Kai $\lambda = 0$, tai

$$p + r_C = 0. \tag{17}$$

Tiesė (17) yra viena iš D-suskaidymo kreivių plokštumoje pr_C. Tegul $\lambda = i\sigma$. Tada iš (16) gausime kitų D-suskaidymo kreivių parametrines lygtis:

$$r_C = \frac{\sigma}{\sum_{j=1}^{6} \alpha_j \sin \sigma h_j}, \tag{18}$$

$$p = -\frac{\sigma \sum_{j=1}^{6} \alpha_j \cos \sigma h_j}{\sum_{j=1}^{6} \alpha_j \sin \sigma h_j} = -r_C \sum_{j=1}^{6} \alpha_j \cos \sigma h_j. \tag{19}$$

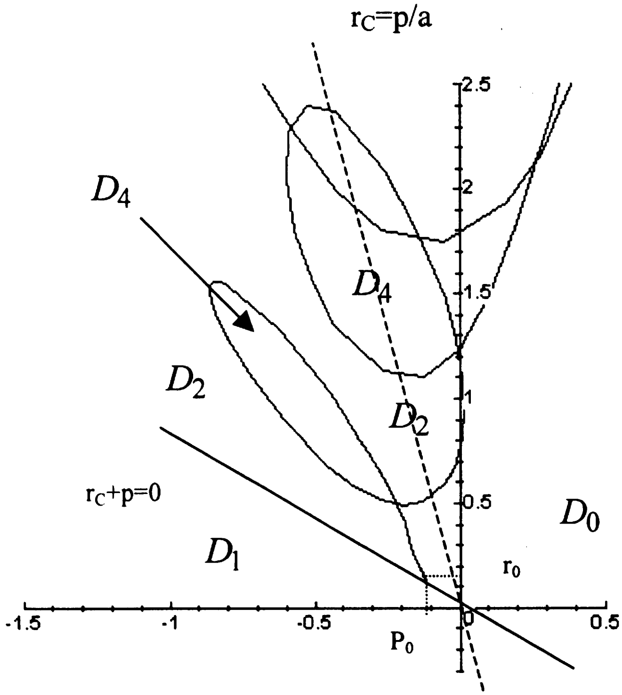
Kai $\sigma \to 0$, rasime kreivių (17) ir (18)–(19) sulipimo arba taip vadinamo grįžtamojo taško koordinates:

$$(p_0; r_0) = \left(-\frac{1}{\sum_{j=1}^{6} \alpha_j h_j}; \frac{1}{\sum_{j=1}^{6} \alpha_j h_j} \right). \tag{20}$$

D-suskaidymas parametrų p ir r_C plokštumoje, kai h_j ir α_j paimti iš 1-os lentelės [2], pavaizduotos 2 pav. D_0 yra asimptotinio stabilumo sritis, o srityje D_2 atsiranda dvi šaknys su teigiamomis realiosiomis dalimis ir t.t.

1 lentelė.
Vėluojančių neutronų charakteristikos, dalijant branduolius šilumimiais neutronais

Kuras	j	$T_{1/2} = h_j s$	α_j
	1	55.72	0.033
	2	22.72	0.219
^{235}U	3	6.22	0.196
	4	2.30	0.395
	5	0.61	0.115
	6	0.23	0.042



2 pav. D-suskaidymas.

Teorema. *Diferencialinės lygties* (12) *linearizuotos pusiausvyros būsenos* $C(t) \equiv C_0$ *aplinkoje charakteringasis kvazipolinomas* (16) *turi vieną paprastų grynai menamų šaknų porą* $\pm i\sigma$, *o kitos jo šaknys turi neigiamas realiąsias dalis, kai*

$$r_0 = \frac{\sigma_0}{\sum_{j=1}^{6} \alpha_j \sin \sigma_0 h_j.}, \tag{21}$$

kur σ_0 – *vienintelė lygties*

$$a + \sum_{j=1}^{6} \alpha_j \cos \sigma h_j. = 0 \tag{22}$$

šaknis, priklausanti intervalui $\left(0; \frac{\pi}{\sum_{j=1}^{6} h_j.}\right)$.

Teoremos įrodymas tiesiogiai išplaukia iš D-suskaidymo metodo [1].

Literatūra

[1] D. Švitra, *Fiziologinių sistemų dinamika*, Vilnius, Mokslas (1989) (rusų kalba).

[2] D.L. Hetrick, *Branduolinių reaktorių dinamika*, Maskva, Atomizdat (1975) (rusų kalba).

[3] V.D. Goriačenko, *Stabilumo teorijos metodai branduolinių reaktorių dinamikoje*, Maskva, Atomizdat (1971) (rusų kalba).

Analysis of the model reactor dynamics

K. Bučys, D. Švitra

There is constructed a model of nuclear reactor dynamics with delay in feedback line "power-reactivity" including six groups of delayed neutrons. Using D-partitioning method there is analysed the characteristic quasi-polynomial disposition of roots on complex plane.