

## Tekstinių uždavinių sprendimas – pagrindinė aritmetikos taikymo praktikoje pratybų forma

Bronius BALČYTIS (ŠU)

el. paštas: *bronius.b@cr.su.lt*

Pradinės mokyklos matematikos kursas yra kompleksinis. Vis dėlto jo pagrindą sudaro aritmetika. Yra daug didesnių ir mažesnių aritmetikos mokymo tikslų. Vienas iš didesnių – išmokyti mokinius naudotis aritmetika praktinių problemų sprendimui. Iki pastarojo dešimtmečio mūsų pradinėse mokyklose šio tikslo daugiausia buvo siekiama per aritmetinių uždavinių sprendimą. Tačiau beveik kiekviena nauja mokyklos reforma, vykdoma per pastaruosius tris dešimtmečius, mažina matematikos pamokų skaičių, o į mokymo programą įtraukia naujų temų. Laiko rezervo ieškoma peržiūrint pratybų apimtį ir pobūdį. Prieš pusšimtį metų aritmetiniams uždaviniams buvo skiriama pusė viso mokomojo laiko, pastaruoju metu – apie 30%. Šios publikacijos pagrindinis tikslas – remiantis teorine analize, mokinių veiklos ir įvairių šalių mokymo priemonių tyrimu, išsiaiškinti, kurios aritmetinių tekstinių uždavinių rūšys labiausiai atitinka matematikos taikymo praktikoje poreikius ir dar vis turėtų būti rekomenduojamos ateities mokyklai.

Aritmetinių uždavinių didaktikos klausimu visos didžiosios valstybės turi specialių studijų, monografijų. Bet dabar, kai itin akcentuojamas praktinis mokymo aspektas, kai mokyklinėse programose, išsilavinimo standartuose išskiriama speciali matematikos taikymo tema, būtinos papildomos tekstinių uždavinių studijos. Matome, kaip painiojasi net specialistai: dažnas teorinio arba tik lavinamojo pobūdžio uždavinius pristato kaip taikomuosius. Kai kurių mokymo priemonių autoriai, neturėdami specialios literatūros, iš kurios galėtų nuodugniai išstudijuoti aritmetinių uždavinių didaktikos teoriją, teikia pernelyg daug vieno tipo užduočių, neatkreipdami reikiamo dėmesio į itin svarbias kitas rūšis. Pusiausvyra prarandama ir dėl gausybės papildomų mokymo priemonių (uždavinių rinkinelių, „testų“ ir pan.), kurių autoriai pernelyg propaguoja savo pamėgtas užduotis.

Specialūs tyrimai, vykdyti prieš keletą dešimtmečių ir dabar, parodė, kad pradinių klasių mokinių asmeninis matematikos poreikis yra nepalyginti mažesnis, negu įprasta sakyti. Beveik visi 120 pradinių klasių mokinių, su kuriais 1997–1999 metais specialiai kalbėjomės, šį tą žinojo, kodėl reikia mokytis matematikos, kam ji reikalinga jiems, pateikė ir pavyzdžių. Tačiau aiškiai matėsi, kad tiriamieji iš esmės kartojo iš mokytojo išgirstus sakinius, sėmėsi minčių iš mokykloje išspręstų uždavinių. Kai pakrypdavo kalba, kur ir kaip pats naudojiesi matematika, tai dauguma mokinių aiškino miglotai, neapibrėžtai. Iš 50 tėvų, kurių teiravomės, kur ir kaip jų manymu vaikai naudojasi matematika savo problemoms spręsti, beveik visi nurodė pinigų skaičiavimą (taupant, perkant), taip pat žaidimus. Vienas kitas kai ką skaičiuoja, matuoja, bandydamas ką nors pasigaminti. Pasyviai stebėjome apie 100 atitinkamo amžiaus vaikų elgesį

judriose prekyvietėse (pvz., prie pajūrio ledų ir gėrimo parduotuvėlių, maisto parduotuvėse ir kt.). Retas kuris atidžiai skaičiuodavo gražą.

Apskritai, pradinį klasių mokiniai, bendraudami ir žaisdami lauke, kieme ar pan., dažniausia apsiribuoja elementariu skaičiavimu, retkarčiais apytiksliai atstumų matavimu (žingsniais). Tik žaisdami stalo žaidimus (biliardą, kortomis ir kt.) atlikinėja kai kuriuos aritmetinius veiksmus. Didesnių skaičių numeracijos žinių jiems prireikia tenkinant asmeninį žingeidumą, bandant suvokti vyresniųjų žmonių kalbą. Šiek tiek daugiau aritmetinių veiksmų atliekama skaičiuojant pinigų, projektuojant, ką galėtų nupirkti, ir faktiškai perkant saldumynų, užkandžių, rašymo reikmenų, žaislų. Įdomu, kad šiuo metu itin daug mokinių neskaičiuoja gražos, nors ir pajėgūs tai padaryti. Jie arba pasitiki pardavėjais, arba, nupirkę namų ūkio reikmenų, atiduoda gražą tėvams ir laukia jų pastabų. To reiškinio svarbi priežastis yra ir tai, kad pardavėjai skaičiavimus atlieka pasitelkdami techniką, o tai didina vaikų pasitikėjimą jais ir kartu atbaido nuo noro pasitikrinti, suabejoti, protestuoti, nes bijo suklysti. Beje, nepasitikėjimas slegia ir tuos suaugusiuosius, kurie silpnai skaičiuoja mintyse. Juk paprastai prie prekystalio popieriaus ir pieštuko nepasiimsi, kad skaičiuotum rašytiniu būdu. Net elektroninis skaičiuotuvas nepadės, - ne vienas respondentas skundėsi, kad sunku išverti niekinantį žvilgsnį, kurio susilauki iš aptarnaujančio, o ir gretimų pardavėjų, ypač – prekyvietėse. Užtikome tik vieną vaiką, kuris, nupirkęs vieną produktą, paėjo į šoną, suskaičiavo gražą, stojo iš naujo į eilę, nupirko kitą produktą – ir taip tris kartus. Priežasčių nesiaiškinome. Galime tik spėti: arba jis yra patyręs daug kartėlio, arba pernelyg kontroliuojamas ir baudžiamas tėvų.

Taigi, remdamasis vien tik vaikystės poreikiais vertingos mokymo metodinės sistemos matematikos taikymo reikalu nesukursi. Tenka vaikus specialiai stimuliuoti. Tuo tikslu mokymo priemonių autoriai ir mokytojai sukuria atitinkamas problemines situacijas, sugalvoja specialių uždavinių.

Yra nemaža vertingų užduočių rūšių, kuriomis mokome taikyti matematiką gyvenimo poreikiams: matavimai, geometrijos darbai, elementarioji statistika ir kt. Vis dėlto nė viena iš jų nei gausa, nei praktine reikšme neprilygsta aritmetiniams tekstiniams uždaviniams. Pastarieji – nuostabus didaktikos išradimas. Juos lengva kurti (kai kuriuos – ne tik mokytojui, bet ir mokiniams!). O ir taikyti galima įvairiais tikslais: teorinėms žinioms įprasminti, įtvirtinti, kūrybiniam ir kartu loginiam mąstymui ugdyti, skaičiavimo įgūdžiams formuoti, kalbai mokyti, kai kuriems tikrovės reiškiniams kiekybinės analizės pagrindu geriau pažinti ir t.t. Nežiūrint to, tekstinių aritmetinių uždavinių sprendimo tikslingumas yra nuolat pasikartojančių diskusijų objektas. Dalykas tas, kad XX amžiaus pradžioje jų buvo sprendžiama pernelyg daug, pernelyg sudėtingų, be to – mažai susietų su realaus gyvenimo poreikiais. Tos tendencijos kol kas vangiai kratomasi. Tiesa, dabar net IV klasėje nebesprendžiama daugelio tipinių uždavinių, kurių prieš pusšimtį metų dar buvo apstu I ir II klasių vadovėliuose.

Nesunku suvokti, kad aritmetikos taikymo reikalu vertingiausi yra vadinamieji viena-veiksmiai tekstiniai uždaviniai. Jų yra 23 pagrindinės rūšys: keturi sprendžiami sudėties veiksmu (pvz., dviejų skaičių sumai rasti, padidinti keliais vienetais (tiesioginiai ir netiesioginiai), nežinomam turiniui rasti), šeši – atimties veiksmu, penki – daugybos, aštuoni – dalybos. Keisdami fabulą, dydžius, o ir sąsajos pobūdį tarp jų gauname dar daug porūšių. Jei mokinys nesupranta net paprastesnių vienaveiksmių tekstinių uždavinių, glaudžiai susijusių su jo gyvenimo poreikiais,

tai reiškia, kad jo aritmetinis raštingumas dar pernelyg menkas, kad nepakankamos ir bendrinės kalbos žinios.

Kuriuos vienaveiksmius tekstinius uždavinius dažniau užduoti mokiniams, kuriuos – viena kitą kartą, yra paini didaktinė problema. Ją tenka spręsti kaskart iš naujo, kai tik reformuojama mokykla, kai keičiamos mokymo nuostatos.

Kiekvieną dviveiksmių tekstinių uždavinių sudaro du vienaveiksmiai, triveiksmių – trys vienaveiksmiai ir t.t. Ši sandara gali būti atvira arba iš dalies užslėpta. Kalbėjome apie 23 vienaveiksmių uždavinių tipus. Remdamiesi gretiniais su pasikartojimu formule galime apskaičiuoti, kad yra  $23 \times 23 = 529$  dviveiksmių uždavinių rūšys. Ir tai ne viskas. Suvokėme, kad svarbu atsižvelgti ir į fabulą, dydžių rūšis, sąsajas. Taigi skirtingų dviveiksmių uždavinių tiek daug, kad praktiškai nėra prasmės jų rūšiuoti, o triveiksmių ir painesnių – tuo labiau.

Esame pajėgūs sugalvoti ir tokių dviveiksmių uždavinių, kurių neišspręs daugelis aukštesniųjų klasių mokinių (net lygtis pasitelkdami). Tad pradinėje mokykloje turime apsiriboti tik kai kuriais, vaikams aktualiais ir įdomiais, turinčiais neginčijamai svarbią praktinę, teorinę, lavinamąją ir pažintinę vertę. Tas pat pasakytina ir apie triveiksmius bei kitus daugiaveiksmius tekstinius uždavinius. Per ilgą savo veiklos istoriją mokykla yra atsirinkusi pačius svarbiausius ir pavadinusi tam tikrais vardais. Dabar matematikos dalykui mokyti faktiškai skiriama apie 1,8 karto mažiau laiko negu prieš keletą dešimčių metų: I–IV klasėse kartu paėmus buvo 24 savaitinės pamokos ir palyginti daug namų darbų, o dabar – apie 18 pamokų. Namų darbų planuojama atsisakyti. Be to, pradinės mokyklos matematikos programa papildyta naujomis temomis, joms gvildenti reikia ir atitinkamų naujo pobūdžio užduočių. Tad nori nenori aritmetinių uždavinių teks spręsti žymiai mažiau. Svarbu juos racionaliai parinkti. Šis darbas gali užsitęsti, nes programa nestabili, o atskirų mokymo priemonių autoriams sunku išvengti subjektyvumo.

Pakanka šiek tiek daugiau įsigilinti į dviveiksmių uždavinių rūšis ir rasime nemaža tokių, kurie turi itin didelę praktinę, teorinę, lavinamąją arba pažintinę vertę. Kai kuriuos verta spręsti jau nuo I klasės, nors mokomojo laiko ir nedaug. Neigiamas požiūris į negyvenimiškus, specialiai sugalvotus protui mankštinti uždavinius yra teisingas tik iš principo. Svarbu, kaip uždavinį pateiksi. Pavyzdžiui, populiarūs uždaviniai skaičiui sumažinti keliais vienetais, po to sumai rasti yra kritikuojami jau nuo XX a. pradžios. Bet aptarkime tokią situaciją. Sūnus sako mamai: „Šiandien uždirbau 20 Lt mažiau negu vakar“. Mama mažo: „Palauk. Vakara uždirbai 60 Lt, šiandien 40 Lt; 100 Lt per dvi dienas – nebloga pradžia“. Nesunku sugalvoti ir daugiau situacijų, iš kurių matysime, kad supeiktasis uždavinių tipas ne taip jau blogas. Be to, jis itin parankus pirmą kartą mokant mokinius užrašyti sudėtinųjų uždavinių sprendimą atskirais veiksmais (jei iki to laiko nebuvo sprendžiami dviveiksmiai arba jų sprendimas buvo užrašinėjamas vienu sudėtinu reiškiniu).

Tuo būdu nagrinėjamo tipo uždavinių didaktinė vertė akivaizdi. Intensyviai ugdomas ir mokinių loginis mąstymas. Tenka analizuoti situaciją, suplanuoti sprendimą. Beje, mokydamas pastarojo darbo, vienaveiksmiais uždaviniais ne ką pasieksi, nes po neilgų pratybų jie sprendžiami atitinkamo uždavinių tipo atpažinimo pagrindu. Tiesa, galėtume kalbėti ir apie vienaveiksmio uždavinio sprendimo planavimą, kaip apie visų darbų seką: pirma susipažinti su užduotimi (tarkime, perskaityti), po to įsigilinti (t.y. atitinkamai išanalizuoti), nutarti, kokį aritmetinį veiksma atlikti, jį užrašyti, apskaičiuoti, konstatuoti atsakymą. Bet šioje sekoje trūksta svarbiausios planavimo grandies, kuri atsiranda gvildenant daugiaveiksmių uždavinį – ką rasti iš pradžių, ką po to.

Ši grandis ir yra tikrasis sprendimo, kaip loginio mąstymo proceso ieškant tiesos, planavimas. Tokiam planavimui mokyti reikia bent dviveiksmių uždavinių. Tiesa, kai kurios daugiaveiksmius mokinius irgi gali spręsti atitinkamo tipo atpažinimo pagrindu, bet ne taip lengvai, kaip vienaveiksmius.

Beje, žmogus dažniausiai savo sudėtingesnę problemą sprendžia nesuformulavęs jos kompaktiška forma kaip vieningos visumos. Susipina sintezė su analize. Tartum niekur nieko jis pirma atlieka vieną žingsnį (veiksmą), po to kitą. Bet mokykla siekia išmokyti aukštesnio lygio protinės veiklos. Tad nieko tokio, kad teikia gera, kompaktiška, tartum „teisine kalba“ suformuluotas problemas.

Sakoma, danties neužkalbėsi. Juk visi žinome, kaip vargdavome mes arba mūsų klasės draugai, sprenddami painius, ilgus ir mažą ryšio su vaiko gyvenimu turinčius uždavinius. Tai nesiderina ir su naujos mokyklos devizu „Matematika visiems“. Kartu turime vadovautis ir kitu devizu, kuris pasidarė populiarus po septyniiasdešimtųjų metų itin garsios ir nepavykusios mokymo turinio reformos, pagrįstos aibių teorijos logika: nieko nėra blogesnio, kaip mokyti mokinį to, ko jam reikės tik tolimoje ateityje, taip pat to, kam jis dar nėra socialiai subrendęs, nors tuo momentu ir sugebėtų išmokti. Beje, tuo devizu turėtume vadovautis ne tik vertindami tradicines, bet ir naujas, modernias užduotis. Ir dar vienas devizas: subalansuokime visų užduočių kieki, reikalingą esmei privalomosios mokymo programos daliai vykdyti. Vieni užduočių perteklius parazituoja kitas, iškraipo mokymo programos tikslus, o mokytojai, pasak A. Kolmogorovo, nukreipiami mokyti ne tipinės, bet personalinės matematikos. Pagrindinių mokymo priemonių autoriai, diegdami savo asmenines nuostatas, tam tikrą sudėtingesnių užduočių perteklių turėtų pateikti tik su specialia žyma arba specialiai įvardytuose papildomuose skyreliuose. Stipresnieji mokiniai, kurie kitų programos temų mokosi itin lengvai, gali ugdyti savo protines galias ir iš papildomų mokymo priemonių. O kai jau kalbame apie aritmetinius tekstinius uždavinius, tai jų kiekį tikrai turime mažinti, ypač – daugiaveiksmių, tačiau irgi ne be saiko.

Aritmetinių uždavinių vertę galėtume padidinti atidžiau parinkdami uždavinių fabulą. Kurkime uždavinius pačių mokinių klasės, mokyklos, ekskursijų, švenčių, žaidimų tematika. Bet beveik tuo pačiu metu orientuokimės ir į būsimus vaikų poreikius, t.y. griežtai neatskirime jų nuo suaugusiųjų, nes ir patys vaikai griežtai neatskiria save nuo pastarųjų. Pavyzdžiui, šeimos rūpesčiai, jos darbai, biudžetas ir pan. turi tapti ir mokinio reikalu. Atrodo paradoksalu, bet suaugusiųjų krepšinis vaikams kai kuriais aspektais yra aiškesnis, negu vaikų. Nuskriaustume mokinius, jei nekurtume uždavinių iš artimosios aplinkos žmonių gyvenimo, gamybos, prekybos, apie žinomus arba šiaip įdomius gyvūnus, augmeniją ir pan. Be kita ko, ir artimoji aplinka yra sąlyginė sąvoka, t.y. kiekvienam vaikui šiek tiek skirtinga. Netikslinga vengti ir tolimesnės, bet pakankamai aktualios aplinkos. Tas pats uždavinys vienos vietovės mokiniams turi praktinę vertę, kitos vietovės – kol kas neturi, o kartais ir tos pačios vietovės vienam mokiniui turi, kitam neturi. Pavyzdžiui, jei šeima, turinti automobilį, mėgsta važinėti bei skaičiuoti atstumus, eksploataavimo išlaidas, tai ir vaikas gali įsitraukti į pastarąjį darbą. Tada vadinamieji judėjimo uždaviniai jam tampa savi, praktiški. Daugelis IV klasių berniukų neblogai suvokia greičio sąvoką, su malonumu skaičiuoja, kiek laiko teks važiuoti ir pan. Panaudotini ir vaizdiniai, kuriuos mokiniai įgijo iš kitų mokomųjų dalykų, iš žiniasklaidos.

Kitas būdas efektyviau mokyti mokinius taikyti aritmetiką praktikai – tai dažniau atitinkamo pobūdžio tekstinius uždavinius spręsti taip, kaip eiliniai žmonės savo problemas: neformaliai,

žodžiu arba pusiau žodžiu pusiau raštu, retkarčiais leidžiant veiksmus atlikti juodraštyje, pasinaudoti skaitytuvais. Mokymosi efektyvumas didėja, kai mokiniai uždavinio turinį ir sąryšius tarp dydžių vaizduoja apytikslėmis schemomis, horizontaliomis diagramomis. Kai kurie tekstiniai uždaviniai yra vertingi ir praktiniu, ir teoriniu, ir kai kuriais kitais aspektais. Kai svarbiausia yra praktinis taikymas, tai parenkami mažesni skaičiai arba jie labai suapvalinami. Jei mokymo priemonės autorius sukūrė praktinį uždavinį, siekdamas, kad mokiniai kartu įgytų ir painesnių skaičiavimo įgūdžių, bet mokytojas yra kitos nuomonės, tai jis gali tik sudaryti drauge su mokiniais sprendimo planą, o kai tas planas išaiškėja, nutraukti darbą. Juk mokymosi sėkmę vertiname ne formaliai išspręstų užduočių skaičiumi, o tuo, kiek mokinsys išpruso.

Mums labiausiai rūpėjo praktiniai aritmetiniai uždaviniai. Mokykla negali apsieiti ir be teorinių, protines galias ugdančių tekstinių uždavinių. Vykdydami mokyklos reformą turime kritiškai peržiūrėti ir pastaruosius, bet tai daryti reikia prisimenant, kad jau ne kartą buvo suklysta bandant juos pernelyg nuvertinti. Iš principo tekstiniai uždaviniai išlaikė laiko egzaminą, o daugelis moderniujų užduočių – ne (H. Radatz, W. Schipper).

## Literatūra

- [1] A. Busilas, *Pradedamosios matematikos metodika*, Kultūra, Šiauliai (1925).
- [2] E. Geißler, *Sachaufgaben in den unteren Klassen*, Volk und Wissen, Berlin (1978).
- [3] H. Radatz und W. Schipper, *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*, Schroedel, Hannover (1988).
- [4] *Основы методики обучения математике* (под редакцией А. Пчелко), Просвещение (1965).

## Solving problems in the text as main way in teaching applying arithmetic

### B. Balčytis

Various real-life problems are discussing in the article. Special focus is made on the problems that could be applied in everyday life of primary school pupils. The author introduces various methods of teaching.