

# Vilniaus universiteto biudžeto lėšų paskirstymo modeliavimas

Aleksas PIKTURNA, Feliksas IVANAUSKAS, Bogdanas LAPCUN (VU)

el. paštas: [aleksas.pikturna@cr.vu.lt](mailto:aleksas.pikturna@cr.vu.lt), [feliksas.ivanaukas@maf.vu.lt](mailto:feliksas.ivanaukas@maf.vu.lt), [bogdan.lapcun@takas.lt](mailto:bogdan.lapcun@takas.lt)

## Įvadas

Programinė įranga biudžeto planavimui aukštosiose mokyklose pasirodė praėjusio amžiaus pabaigoje. Jos kūrimui buvo panaudoti matematinio modeliavimo metodai [1]. Bet dėl problemos sudėtingumo matematinis modeliavimas nėra plačiai taikomas aukštųjų mokyklų administravime.

Biudžeto planavimo modelius sąlyginai galima suskirstyti į dvi kategorijas: paketus (*package models*) ir lokalius modelius (*locally designed models*).

Paketai nėra plačiai taikomi aukštosiose mokyklose. Visų pirma, jie yra labai sudėtingi, ir antra, jų naudojimas yra brangus, nes reikalauja pakankamai daug duomenų. Be to, paketai yra nelankstūs laiko atžvilgiu. Universaliausi paketai – **CAMPUS** (*Comprehensive Analytical Methods for Planning in University/College Systems*), **HELP/PLANTRAN** (*High Education Long-Range Planning/Planning Translator*), **RRPM** (*Resource Requirements Prediction Model*), **SEARCH** (*System for Evaluating Alternative Resource Commitments in Higher Education*) ir **SPEPM** (*Statewide Post-Secondary Education Planning Model*).

Lokalūs modeliai imituoja procesus specifinėje aplinkoje. Jų pavyzdžiu galėtų būti Stanfordo Universitete sukurtas planavimo modelis **EFPM** (*EDUCOM Financial Planning Model*). Dažniausiai tokie modeliai naudojami imituojant pedagoginio personalo kadrų valdymą aukštosiose mokyklose.

Iš kitos pusės dėl daugelio priežasčių (skirtinga teisinė sistema, skirtingi normatyviniai aktai, universitetų struktūrų įvairovė) šią programinę įrangą yra brangu ir sudėtinga panaudoti. Todėl būtina kurti adaptuotus konkrečios valstybės ar aukštosios mokyklos modelius. Vilniaus universitete toks modelis veikia nuo 1998 metų.

## Modelis

Šiame straipsnyje pasiūlytas Vilniaus universiteto biudžeto lėšų paskirstymo studijoms matematinis modelis, kurį galima priskirti prie antros kategorijos modelių. Universiteto studijų lėšas sudaro valstybės biudžeto lėšos, skirtos studijoms, bei dalis nebiudžetinių lėšų, gautų už mokamus kursus bei kitas universiteto teikiamas paslaugas.

Lietuvos aukštosioms mokykloms valstybės biudžeto lėšos studijoms skiriamos pagal LR Vyriausybės patvirtintą aukštųjų mokyklų studijų kainos skaičiavimo metodiką. Vilniaus universitete sukurtas valstybės biudžeto bei nebiudžetinių lėšų studijoms paskirstymo akademiniams padaliniais modelis. Remiantis šia finansavimo schema Vilniaus

universiteto studijų lėšos priklauso nuo studijų srities ar krypties (humanitarinių mokslų studijos, politologijos mokslai, socialinių mokslų studijos, fizinių, biomedicinos, technologijos mokslų studijos, matematika ir kt.) ir apskaičiuojama kiekvienos studijų srities arba krypties vieno studento metinė studijų kaina kiekvienoje pakopoje (bakalauro, magistras, doktorantas ir kt.) ir formoje (dieninė, vakarinė, neakivaizdinė). Studijoms kiekvienoje srityje ar kryptyje užtikrinti reikalingos lėšos apskaičiuojamos vieno studento metinę studijų kainą padauginus iš valstybės finansuojamų studentų, studijuojančių toje srityje ar kryptyje skaičiaus. Lėšos, skirtos valstybės finansuojamų studentų studijoms universiteto akademiniam padalinijje, nustatomos susumavus lėšas, skirtas studijoms kiekvienoje padalinio vykdomų studijų sričių ar krypčių.

Pagal LR Vyriausybės patvirtintą minimalios studijų kainos skaičiavimo metodiką vieno studento metinę studijų kainą sudaro lėšos, skiriamos:

- pedagoginio, studijų ir ūkio pagalbinio personalo atlyginimams bei socialiniam draudimui,
- studijoms vykdyti reikalingoms mokymo priemonėms, medžiagoms bei literatūrai įsigyti,
- studentų kultūrinei, sporto ir visuomeninei veiklai organizuoti.

Kadangi aktualiausias klausimas yra pedagoginio personalo darbo užmokesčio fondo lėšų paskirstymas, jį toliau ir nagrinėsime. Taigi suma lėšų, skiriamų  $j$ -ojo universiteto padalinio  $i$ -osios studijų srities ar krypties pedagoginio personalo darbo užmokesčio fondui, apskaičiuojama taip:

$$DUF_i^j = \left[ \sum_{k=1}^3 K_k \cdot (12 \cdot \frac{PA}{PS_i} \cdot NP_{ik}^j + 12 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{PA}{PS_i} \cdot NA_{ik}^j) \right] + 3 \cdot RA \cdot NR_i^j + 12 \cdot \frac{1}{3} \cdot DA \cdot ND_i^j; \quad (1)$$

čia  $K_k$  –  $k$ -osios studijų formos koeficientas,  $PA$  – universitetinių studijų dėstytojų mėnesinis atlyginimas,  $RA$  – rezidentūros dėstytojų mėnesinis atlyginimas,  $DA$  – doktorantūros dėstytojų mėnesinis atlyginimas,  $PS_i$  – normatyvinis universitetinių pagrindinių  $i$ -osios studijų srities arba krypties studentų skaičius, tenkantis vienam dėstytojui;  $NP_{ik}^j$ ,  $NA_{ik}^j$ ,  $NR_i^j$  ir  $ND_i^j$  yra valstybės finansuojamų studentų, studijuojančių  $j$ -ojo universiteto padalinio  $i$ -osios studijų srities ar krypties  $k$ -ojoje formoje atitinkamai pirmoje ir antroje studijų pakopose, rezidentūroje ir doktorantūroje, skaičiai. Valstybės finansuojamų studentų skaičius negali viršyti vietų skaičiaus, nustatomo pagal Lietuvos Respublikos Vyriausybės tvirtinamus studentų priėmimo planus.

Kadangi tokio paskirstymo rezultatai netenkina visų universiteto padalinių minimalių realių poreikių, tai tiesiogiai taikyti aprašytą modelį negalima, ir lėšas reikia perskirstyti. Be to, reikia pastebėti, kad universitetas gauna nepakankamai lėšų.

Perskirstant lėšas atsižvelgsime į du kriterijus – padalinio realių minimalių poreikių ir pirmojo etapo paskirstymo rezultatus. Jei padalinio realus poreikis viršija pagal (1) formulę skirta lėšų suma, tai perskaičiuojant finansavimą padalinys turi gauti daugiau lėšų.

Ir atvirkščiai, jeigu padalinį tenkina finansavimas pagal (1) formulę, tai finansavimas jam didinamas tik didėjant studentų skaičiui. Dabar pateiksime matematinį uždavinio formulavimą.

Pažymėkime  $r_i$   $i$ -ojo universiteto padalinio minimalųjį realų poreikį. Pažymėkime  $v_i$   $i$ -ojo universiteto padalinio finansavimą pagal (1) formulę. Apibrėžiame tikslo funkciją  $g_i(x_i)$

$$g_i(x_i) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda_i} \left(1 - \frac{x_i}{v_i}\right)^2, & \text{kai } v_i > r_i, \\ \frac{1}{\lambda_i} \left(1 - \frac{x_i}{r_i}\right)^2, & \text{kai } v_i \leq r_i; \end{cases}$$

čia  $x_i$  – ieškoma padalinio lėšų suma, o  $\lambda_i$  – svoriniai koeficientai. Koeficientų vaidmenį aptarsime vėliau. Iš pradžių skaitysime, kad  $\lambda_i = 1, \forall i$ .

Pažymėję bendrą pinigų sumą, skirta pedagoginio personalo darbo užmokesčiui iš valstybės biudžeto, raide  $L$ , gauname balanso sąlygą

$$x_1 + \dots + x_{16} = L.$$

Taigi, pagrindinis uždavinys yra minimizuoti bendrą tikslo funkciją

$$G(x_1, \dots, x_{16}) = g_i(x_i) + \dots + g_{16}(x_{16}), \tag{2}$$

kai  $x_i \geq 0$  ir patenkinta sąlyga  $x_1 + \dots + x_{16} = L$ .

Suformuluoto optimizavimo uždavinio sprendimui taikysime Lagranžo metodą [2]. Randame sprendinį

$$x_i^{min} = \begin{cases} v_i + v_i^2 \cdot \frac{L - \sum_{i:v_i \geq r_i} v_i - \sum_{i:v_i \leq r_i} r_i}{\sum_{i:v_i \geq r_i} \lambda_i v_i^2 + \sum_{i:v_i \leq r_i} \lambda_i r_i^2}, & \text{kai } v_i > r_i, \\ r_i + r_i^2 \cdot \frac{L - \sum_{i:v_i \geq r_i} v_i - \sum_{i:v_i \leq r_i} r_i}{\sum_{i:v_i \geq r_i} \lambda_i v_i^2 + \sum_{i:v_i \leq r_i} \lambda_i r_i^2}, & \text{kai } v_i \leq r_i. \end{cases}$$

Tokiu būdu minimumas yra lygus

$$G_{min} = \sum_{i:v_i \geq r_i} \frac{1}{\lambda_i} \cdot v_i \cdot \frac{L - \sum_{i:v_i \geq r_i} v_i - \sum_{i:v_i \leq r_i} r_i}{\sum_{i:v_i \geq r_i} \lambda_i v_i^2 + \sum_{i:v_i \leq r_i} \lambda_i r_i^2} + \sum_{i:v_i \leq r_i} \frac{1}{\lambda_i} \cdot r_i \cdot \frac{L - \sum_{i:v_i \geq r_i} v_i - \sum_{i:v_i \leq r_i} r_i}{\sum_{i:v_i \geq r_i} \lambda_i v_i^2 + \sum_{i:v_i \leq r_i} \lambda_i r_i^2}.$$

Šiame etape gauname tam tikra prasme optimalų sprendinį. Bet dėl objektyvių prižasčių bei suteiktų prioritetų atliktas perskirstymas vėl gali netenkinti universiteto padalinių arba universiteto administracijos keliamų reikalavimų.

Paskutiniame etape naudojant svorinius koeficientus  $\lambda_i$  atliekamas pakartotinis perskirstymas. Parenkant atitinkamus koeficientus  $\lambda_i$  koreguojame gautus rezultatus. Didinant  $\lambda_i$  ieškomas sprendinys  $x_i$  gali tolti nuo tikslo ( $v_i$  arba  $r_i$ ) ir atvirkščiai, norint gauti padaliniai didesni finansavimą turime mažinti  $\lambda_i$ .

## Rezultatai

1 lentelėje pateiktas studijų lėšų paskirstymas pagal (1) formulę. Antrajame lentelės stulpelyje yra universiteto padalinių minimalus realus poreikis (tiesiogiai apskaičiuotas kiekvienam padaliniai), o paskutiniajame stulpelyje apskaičiuojamas padalinio balansas.

2 lentelėje pateikiamas detalus studijų lėšų paskirstymas pagal siūlomą metodiką. Pirmame stulpelyje yra paskirstymo rezultatai pagal LR Vyriausybės patvirtintą studijų kainos skiačiavimo metodiką. Remiamės prielaida, kad valstybės biudžeto skiriamos lėšos 85% tenkina universiteto poreikius. Trečiame stulpelyje pateiktas optimizavimo uždavinio (2) sprendinys, kai  $\lambda_i = 1$ . Šeštame stulpelyje pateiktas pakoreguotas sprendinys.

Lentelė 1. Paskirstymas pagal (1) formulę

Padaliniai	Realus minimalus poreikis	Paskirstymo rezultatas	Balansas
<b>Fakultetai</b>			
Chemijos	893 942,26	1 018 918,89	124 976,62
Ekonomikos	2 983 751,06	2 028 257,45	-955 493,62
Filologijos	2 665 775,78	2 693 569,87	27 794,09
Filosofijos	1 562 193,45	1 334 272,70	-227 920,75
Fizikos	1 427 366,25	1 145 055,06	-282 311,20
Gamtos mokslų	1 718 710,36	1 682 099,29	-36 611,06
Istorijos	655 065,37	826 107,14	171 041,77
Kauno humanitarinis	1 832 929,40	1 733 783,11	-99 146,29
Komunikacijos	766 101,23	1 119 896,82	353 795,59
Matematikos ir informatikos	2 057 440,05	2 344 179,50	286 739,44
Medicinos	4 272 616,18	5 379 614,87	1 106 998,69
TSPMI	505 910,55	543 740,24	37 829,69
Teisės	1 227 953,06	1 264 963,51	37 010,45
<b>Universitetiniai centrai</b>			
Aplinkos studijų	93 146,66	185 340,30	92 193,64
Orientalistikos	66 053,71	58 879,26	-7 174,45
Religijos studijų ir tyrimo	39 581,39	18 546,97	-21 034,42
VISO:	22 768 536,77	23 377 224,98	608 688,21

Lentelė 2. Modelis

Padaliniai	Valstybės finansavimas		Perskirstymas			
	85%)	Rezultatas	Balansas	Koregavimas		
				$\lambda$	Rezultatas	Balansas
<b>Fakultetai</b>						
Chemijos	866 081,05	844 006,60	-49 935,67	1,00	853 387,59	-40 554,67
Ekonomikos	1 724 018,83	2 427 440,78	-556 310,28	0,67	2 306 049,65	-677 701,42
Filologijos	2 289 534,39	2 221 718,35	-444 057,44	1,00	2 305 139,68	-360 636,1
Filosofijos	1 134 131,80	1 409 696,37	-152 497,08	1,00	1 438 344,71	-123 848,74
Fizikos	973 296,80	1 300 056,18	-127 310,07	0,40	1 168 882,76	-258 483,50
Gamtos mokslų	1 429 784,40	1 534 124,98	-184 585,38	0,67	1 493 847,04	-224 863,32
Istorijos	702 191,07	671 380,30	16 314,93	1,00	677 168,46	22 103,09
Kauno humanitarinis	1 473 715,65	1 622 995,11	-209 934,29	0,67	1 577 185,85	-255 743,55
Komunikacijos	951 912,30	895 290,22	129 188,99	1,00	905 927,34	139 826,11
Matem. ir informat.	1 992 552,57	1 792 927,50	-264 512,56	1,00	1 842 619,25	-214 820,81
Medicinos	4 572 672,64	3 266 104,29	-1 006 511,89	1,00	3 511 558,30	-761 057,88
TSPMI	462 179,20	489 917,20	-15 993,35	0,33	466 944,11	-38 966,44
Teisės	1 075 218,99	1 133 730,38	-94 222,68	0,50	1 074 909,35	-153 043,71
<b>Universitetiniai centrai</b>						
Aplinkos studijų	157 539,26	155 988,41	62 841,75	0,10	144 944,22	51 797,56
Orientalistikos studijų	50 047,37	65 781,07	-272,64	0,20	64 946,61	-1 107,10
Religijos studijų	15 764,92	39 483,49	-97,90	0,10	38 786,32	-795,07
<b>VISO:</b>	<b>19 870 641,24</b>	<b>19 870 641,24</b>	<b>-2 897 895,53</b>		<b>19 870 641,24</b>	<b>-2 897 895,53</b>

## Pastabos

1. Tarkime, kad iš anksto yra žinomi universiteto padalinių finansavimo apribojimai. Tada antrame etape gauname šį optimizavimo uždavinį

$$G(x_1, \dots, x_{16}) = g_i(x_i) + \dots + g_{16}(x_{16}) \rightarrow \min,$$

$$a_i \leq x_i \leq b_i \text{ ir patenkinta sąlyga } x_1 + \dots + x_{16} = L.$$

Sprendžiant šį uždavinį Lagranžo metodu, gaunamas sprendinys gali netenkinti nustatytų apribojimų. Tačiau suformuluotas optimizavimo uždavinys gali būti išspręstas dinaminio programavimo [2] arba kvadratinio simplekso metodais (kvadratinio simplekso metodo panaudojimo priežastis yra kvadratinė tikslo funkcija) [3].

2. Tikslo funkcijos  $g_i(x_i)$  pasirinkimas yra pakankamai laisvas. Pavyzdžiui, tikslo funkciją galima apibrėžti tokiu būdu

$$g_i(x_i) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda_i} \left( \frac{v_i - x_i}{v_i - r_i} \right)^2, & \text{jei } v_i > r_i, \\ \frac{1}{\lambda_i} \left( \frac{r_i - x_i}{r_i - v_i} \right)^2, & \text{jei } v_i < r_i, \\ 0, & \text{jei } v_i = r_i. \end{cases}$$

Aišku, kad atitinkamai parenkant svorinius koeficientus  $\lambda_i$ , galima gauti artimus rezultatus.

### 3. Pabaigoje pateikiamas universiteto lėšų perskirstymo sprendimo būdas.

Formulę (1) galima perrašyti šiuo būdu

$$DUF_i^j = 12 \cdot \frac{\widetilde{PA}^j}{PS_i} \cdot SD \cdot \sum_{k=1}^3 K_k \cdot (NP_{ik}^j + \frac{3}{2} \cdot NA_{ik}^j + 3 \cdot NR_{ik}^j + 3 \cdot ND_{ik}^j)$$

Sumą dešinėje pusėje pažymėję  $N_{ap}^{ij}$  (ji vadinama apibendrintu studentų skaičiumi), galutinai gauname

$$DUF_i^j = 12 \cdot \frac{\widetilde{PA}^j}{PS_i} \cdot N_{ap}^{ij} \cdot SD,$$

čia dydis  $\widetilde{PA}^j$  yra vidutinis padalinio pirmos ir antros studijų pakopų, rezidentūros bei doktorantūros dėstytojų atlyginimas. Tada didinti arba mažinti padalinių finansavimą galima atitinkamai mažinant arba didinant parametru  $\widetilde{PA}^j$  ir  $PS_i$  reikšmes. Būtent toks problemos sprendimo būdas ir naudojamas Vilniaus universitete.

## Literatūra

- [1] David S.P. Hopkins, William F. Massy, *Planning Models for Colleges and Universities*, Stanford University Press, 1981.
- [2] Р. Беллман, С. Дрейфус, *Прикладные задачи динамического программирования*, Москва, 457 с. (1965).
- [3] S. Puškorius, *Matematiniai metodai vadyboje*, Vilnius (2001).

## Modelling of the VU budget means allocation

A. Pikturka, F. Ivanauskas, B. Lapcun

Quantitative tools for the budget in higher education have appeared in great number in last decade of last century. Two approaches of the mathematical modelling have appeared in higher education: the package model and locally designed model. Package models employ generalized relationships that are applicable to behavior in many different settings. These models seems to be the least utilized of the quantitative tools. Locally designed models simulate behavior or a process in a specific setting. This paper analyze one locally designed model – Vilnius University budget allocation (among departments) model. Calculations have been made using data of Vilnius University administration.