

Biologinių objektų dauginimosi ir augimo matematiniai modeliai

Algimantas BARTAŠEVIČIUS, Antanas LAPINSKAS,
Rimantas DIDŽGALVIS (LŽŪU)

el. paštas: ma@nora.lzua.lt, alapin@info.lzua.lt

Reziumė. Nagrinėjamas apibendrintas biologinis tipas. Parametrai, limituojami biologiniu kodu ir sąlygojantys biologinio tipo dauginimosi ir augimo procesus, formalizuojami skaliarų matricomis. Išoriniai poveikiai formalizuojami vektorinio argumento skaliarinių funkcijų matrica. Sudaryti apibendrinto biologinio tipo dauginimosi ir augimo procesų matematiniai modeliai, orientuoti jų skaičiavimui imitacinio modeliavimo sistemoje SIMULINK.

Raktiniai žodžiai: biologinis tipas, dauginimasis, augimas, matematinis modeliavimas, imitacinis modeliavimas.

Įvadas

Matematinis modeliavimas apibrėžiamas kaip aplinkos nagrinėjimo matematinės simbolikos metodais procesas [1]. Tipinis modeliavimo procesas skirstomas į 4 etapus:

- matematinio modelio sudarymą,
- matematinio modelio skaičiavimą,
- matematinio modelio adekvatumo patikrinimą,
- modeliavimo rezultatų apibendrinimą.

Matematinio modeliavimo rezultatai žymia dalimi priklauso nuo matematinio modelio sudarymo sėkmės. Sudarant matematinę modelį labai svarbi gera nagrinėjamo proceso analizė. Vienu iš efektyviausių matematinio modeliavimo metodų laikytinas imitacinis modeliavimas. Praeito amžiaus paskutinio dešimtmečio pradžioje buvo sukurta ir pradėta efektyviai naudoti specializuota matematinio modeliavimo uždavinių sprendimui imitacinio modeliavimo sistema SIMULINK [2, 3]. Iš darbų [4–8] matome, kad Vakarų Europos ir Amerikos mokslininkai imitacinio modeliavimo sistemą SIMULINK naudoja nuo 1992–1994 metų. Pastaruoju metu ši modeliavimo sistema yra naudojama kaip labai efektyvi mokslinių tyrimų priemonė. Be to vyksta jos plėtra, sukuriant naujus kai kurių sistemų imitavimo „įrankius“ [8]. Lietuvoje kol kas atsilieka išsavinant šią efektyvią sistemą. Šį atsilikimą lemia daugelis faktorių, vienu iš kurių laikytinas ne visada pagrįstas analitinių metodų taikymas matematinio modeliavimo uždavinių sprendime. Atskirais atvejais analitiniai metodai nėra pakankamai efektyvūs. Ši problema nesunkiai gali būti išsprendžiama panaudojant imitacinio modeliavimo sistemą SIMULINK. Patirtis rodo [9, 10], kad taikant šią sistemą dažniausiai nėra prasmės net pradėti šio modelio analitinę nagrinėjimą. Šiuo atveju yra patogiausia, jei matematinės išraiškos, formalizuojančios ryšius tarp

objekto elementų bei elementarius procesus, sąlygojančius nagrinėjamą reiškinį, yra nepertvarkytos ir kai kada vadinamos „žaliomis“. Taip veikiant paprastėja modelio variavimas imituojant įvairius nagrinėjamo objekto atvejus (įvairias situacijas). Kartu matematiname modelyje turi būti tiksliai išskirtos jo komponentės:

- konstruktyviniai objekto parametrai;
- išoriniai poveikiai;
- objekto būsenos parametrai.

Darbo tikslas

Sudaryti biologinių individų dauginimosi ir augimo matematinius modelius, orientuotus imitacinio modeliavimo sistemai SIMULINK.

Tyrimų objektas

Apibendrintas biologinis tipas.

Tyrimų metodika ir eiga

Aplinkoje galima stebėti įvairius, būdingus tik biologiniams objektams reiškinius: periodiško individų pasidauginimo, medžiagų transformavimo ir biomasės kaupimo, įvairius biotipų sąveikavimo bei kitus reiškinius. Pagrindinis biologinių reiškinų ypatumas – juos sąlygojantys procesai limituojami tik biologiniams objektams savitais veiksniais. Šių veiksmų visumą vadinsime biologinio tipo biologiniu kodu.

Pagrindinis, biologinius reiškinius sąlygojantis procesas yra biologinių individų dauginimosi procesas. Sudarysime šio proceso matematinį modelį. Išskirsime biologiniu kodu limituojamus ir sąlygojančius dauginimosi procesą parametrus. Pirmas parametras – biologinio tipo gyvybinis intervalas t_g . Gyvybiniame intervale egzistuoja gyvybiškai pasikartojantys laiko momentai, kurių metu vyksta biologinių individų regeneracija. Regeneruotus individus vadinsime „vaikais“, o regeneruojančius – „tėvais“. t_r – laiko intervalo tarp gretimų regeneracijų ilgis (regeneracijos intervalas). Gyvybinis intervalas $[0, t_g]$ taškais

$$t_j = jt_r, \quad j \in \overline{1; n}, \quad n = \left[\frac{t_g}{t_r} \right] \quad (1)$$

yra padalinamas į n pointervalų.

Tarkime, kad laiko momentais t_j vyksta individų regeneracija. Vieno „tėvo“ pasiekusio išsivystymo amžių t_j , regeneruotų „vaikų“ skaičių vadinsime regeneracijos koeficientu k_j . Egzistuoja pilna informacija apie nagrinėjamo biotipo regeneracijos koeficientų matricą

$$K = (k_j), \quad j \in \overline{1, n}. \quad (2)$$

Be to, yra žinoma skaliarinių funkcijų $0 \leq c_j \leq 1$, reiškiančių biologinių individų išlikimo jų vystymosi intervale $((j-1)t_r, jt_r)$ dali, matrica

$$C = (c_j), \quad j \in \overline{1, n}. \quad (3)$$

Objekto nagrinėjimas pradedamas pasibaigus eilinei regeneracijai, t.y., laiko momentu $t_0 = 0$. Objekto būseną yra vertinama skaičių $n_j(i)$, reiškiančių individų, laiko momentu $t_i = it_r$ pasiekusių amžių jt_r kiekiu, matrica

$$N(i) = (n_0(i); n_1(i); \dots; n_n(i)); \quad i \in 1, 2, \dots \quad (4)$$

Tarkime, kad žinoma nagrinėjamo objekto būseną $N(i - 1)$. Matricą

$$P(i) = (p_j(i)) = (c_j \cdot n_{j-1}(i - 1)), \quad j \in \overline{1, n}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (5)$$

vadinsime „tėvų“ skaičiaus laiko momentu t_i matrica. Regeneruojamų laiko momentu t_i „vaikų“ skaičių $n_0(i)$ apskaičiuosime taip:

$$n_0(i) = K \cdot P^T(i), \quad i \in 1, 2, \dots \quad (6)$$

Matricą (5) praplėtę iš kairės elementu (6) gausime objekto būsenos matricą (4). Tarkime, kad pradiniu laiko momentu $t_0 = 0$ yra žinoma objekto būseną

$$N(0) = (n_j(0)), \quad j \in \overline{1, n}. \quad (7)$$

Čia yra sudarytas biologinių individų proceso dauginimosi matematinis modelis (4)–(7).

Procesas sąlygojantis kitus biologinio objekto aplinkos reiškinius yra biologinio objekto individų augimo procesas. Jo matematinio modelio sudarymo pagrindas yra modelis (4)–(7). Biomasės kaupimui biologiniai individai naudoja atitinkamas, biologiniu kodu limituojamas, aplinkos medžiagas, kurias toliau vadinsime „maistu“. Tarkime, kad yra žinoma skaičių m_j , reiškiančių „maisto“, kuri sunaudoja vystymosi intervale $((j - 1)t_r, jt_r)$ vienas nagrinėjamo biologinio tipo individas, matrica

$$M = (m_j), \quad j \in \overline{1, n}. \quad (8)$$

Viena sunaudojamo „maisto“ dalis transformuojama į biomasę, o kita gražinama į aplinką atliekų pavidale.

Tarkime, kad yra žinomos dvi skaičių q_j ir r_j , reiškiančių iš vienos sunaudojamo „maisto“ kiekio dalies sukaupiamų biomasės ir atliekų kiekius, matricos

$$Q = (q_j), \quad R = (r_j), \quad j \in \overline{1, n}. \quad (9)$$

Panaudodami išraiškas (4), (5), (8), (9) apskaičiuojame pagrindinius augimo proceso parametrus:

- laiko intervale $(0; t_i)$ sunaudoto maisto kiekį

$$m_i = \sum_{m=1}^i M \cdot P^T(m), \quad i \in 1, 2, \dots; \quad (10)$$

- laiko momentu t_i esančios biomasės kiekį

$$b_i = F \cdot P^T(i), \quad F = \{q_j m_j\}, \quad i \in 1, 2, \dots; \quad (11)$$

- laiko intervale $(0; t_i)$ į aplinką gražintų atliekų kiekį

$$a_i = \sum_{m=1}^i L \cdot P^T(m), \quad L = \{r_j m_j\}, \quad i \in 1, 2, \dots \quad (12)$$

Išraiškos (10)–(12) sudaro biologinio tipo individų augimo matematinį modelį.

Tyrimo rezultatų aptarimas

Sudaryti matematiniai modeliai nagrinėja apibendrintą biologinį tipą, esantį bet kurioje kokios nors sistemos grandyje. Šie modeliai gali būti efektyvūs nagrinėjant įvairias biologines, ekologines ir panašias sistemas.

Sudaryti matematiniai modeliai pakankamai gerai orientuoti skaičiavimui imitacinio modeliavimo SIMULINK sistemoje. Šių modelių išraiškose naudojami:

- biologiniu kodu limituojami konstruktyviniai objekto parametrai: $k_j, t_r, n(t_g), q_j, r_j$. Šie parametrai priklausomai nuo konkrečių nagrinėjamų biologinių objektų ypatybių skaičiavimo etape gali būti pastovūs arba priklausantys nuo kai kurių valdymo poveikių;
- išorės poveikiai imituojami (3) matrica. Šios matricos elementai c_j formalizuoja išliekančių vystymosi procese individų dalį. Šių individų dalis gali priklausyti nuo įvairių išorės faktorių: pvz. maisto atsargų, aplinkos temperatūros, kitų biotipų veikimo ir t.t. Šių faktorių veikimas skaičiuojant imitacinio modeliavimo sistemoje SIMULINK gali būti imituojamas panaudojant šios sistemos aplinkoje esančiomis skaliarinėmis vektorinio argumento $U = (u_g), g \in \overline{1}; \neq$ funkcijomis $c_j(U)$.

Būsenos parametrų $N(i), P(i), m(i), b(i), a(i)$ skaičiavimas tinkamai panaudojant SIMULINK bibliotekos dalies MATRICS OPERATIONS „įrankius“ nesudaro ypatingų problemų.

Išvados

1. Daugelio šalių mokslininkai matematinio modeliavimo uždavinių sprendimui efektyviai naudoja imitacinio modeliavimo sistemą SIMULINK. Lietuvoje pradedami šios sistemos pritaikymai. Tikslinga vystyti darbus, kuriuose nagrinėjami matematiniai modelių, orientuotų imitacinio modeliavimo sistemai SIMULINK, sudarymo klausimai.
2. Nagrinėjant įvairius biologinių objektų aplinkos reiškinius reikalingi biologinių individų dauginimosi ir augimo matematiniai modeliai. Sudarant šiuos modelius naudojami biologiniu kodu sąlygojami parametrai:
 - biologinių individų regeneracijos intervalas ir gyvybinis intervalas;
 - individų regeneracijos koeficientų matrica;
 - naudojamo maisto kiekio matrica;
 - maisto paskirstymo biomasei ir atliekoms koeficientų matricos.

Išoriniai poveikiai gali būti formalizuoti vektorinio argumento skaliarinėmis funkcijomis.

3. Darbe sudaryti biologinių individų dauginimosi ir augimo matematiniai modeliai orientuoti imitacinio modeliavimo sistemai SIMULINK. Šiais modeliais gali būti nagrinėjami biologiniai objektai, kuriems skaliariškai formalizuojami 2 išvadoje nurodomi parametrai. Šie modeliai gali būti naudojami tiriant įvairių biologinių, ekologinių ir joms panašių sistemų savybes.

Literatūra

1. *Математический энциклопедический словарь*, под. ред. Ю.В. Прохорова, Сов. Энциклопедия, М. (1988).
2. *SIMULINK. User's Guide*, The Math Works, INC (1992).
3. *MatLab. User Guide*, The Math Works, INC (1994).
4. A. Ba-Razzouk, K. Debebe, V. Rajagoplan, *Conception d'entrainements des machines électriques à l'aide du logiciel SIMULINK*, Rapport de recherche Université du Quebec à TrVis–Riviers (1992).
5. Y. Kang, J.D. Kavens, Power electronics emulations: current progres and futurre development, in: *IEEE PES Summer Meeting* (1994), pp. 169–177.
6. M.L. Dumbia, G. Roy, V. Rajogapalm, *An Integrated Solution for Simulating Electrical Drive Systems with MatLab/SIMULINK*, INC NY (1994).
7. M. Georyhl, *Application Simulink pour èltude par Simulation des Systems Electriques*, Montréal (1995).
8. G. Sybille, P. Brunelle, H. Le-Huy, L.A. Dessaint, K. Al-Hacldad, *Theory and Aplications of Power Systems Blockset a Matlab/Simulink. Based Simulation Tool for Power Systems*, IEEE (2000).
9. R. Lapinskas, A. Kirka, A. Lapinskas, Savaeigių žemės ūkio mašinų variklio galios racionalus pasiskirstymas, *Vagos: mokslo darbai*, **50**(3), 85–88 (2001).
10. R. Lapinskas, A. Kirka, A. Lapinskas, Savaeigio žemės ūkio agregato su hidrostatine technologinio įrenginio pavara matematinis modeliavimas, *Vagos: mokslo darbai*, **55**(8), 101–107 (2002).

SUMMARY

A. Bartaševičius, A. Lapinskas, R. Didžgalvis. Mathematical models of biological objects multiplication and growth

Object under analysis is general biological type. The parameters, that is limited by biological code and making dependant on multiplication and growth processes of biological type, are formalized with scalar matrixes. External influences are formalized with scalar functions' matrixes of vector arguments. Multiplication and growth process mathematical models of general biological type have been made. These models are oriented into their calculation within simulation modeling system SIMULINK.

Keywords: biological type, multiplication, growth, mathematical modeling, simulating modeling.