

Baigiamasis matematikos egzaminas tarpukario Lietuvoje

Birutė RAGALYTĖ, Alma PAUKŠTIENĖ (KTU Panevėžio institutas)

el. paštas: bragalyte@centras.lt, almapaukstiene@centras.lt

Įvertinant matematikos mokymosi lygį tarpukario Lietuvoje galime nagrinėdami šio laikotarpio egzamino užduotis. Būtent egzamino užduotys parodo matematikos mokymosi lygį, atspindi mokymosi programas.

Mokant matematikos tarpukario Lietuvoje buvo stengiamasi moksleivius sudominti matematika, duoti jiems pajusti matematikos studijavimo vertę ir jos sąryšį su kitais tiksliaisiais mokslais. Moksleiviams mokinti buvo parenkami tokie uždaviniai, kurie turėtų sąryšio su gyvenimu, su technika ir kitais dalykais, pasirėmusiais matematika.

Sudėtingiausi egzaminai buvo 1930 – 1935 m. Būtent šio laikotarpio egzamino užduotis ir daromas klaidas, kurias darė to meto gimnazistai ir šių dienų studentai, trumpai stengsimės aptarti. Nedaug yra išlikusios medžiagos apie vidurinio mokslo baigiamuosius matematikos egzaminus. Trijose tuo laiku išleistose knygose pateikiama matematikos išleidžiamųjų uždavinių sąlygos ir sprendimai arba atsakymai.

Knygoje „Abituriento vadovas: Lietuvos gimnazijų ir mokytojų seminarijų lietuvių kalbos ir matematikos 1929 m. išleidžiamųjų egzaminų temos, uždavinių sprendimai ir elementariosios matematikos konspektas” (ši knyga išleista Šiaulių valdžios berniukų gimnazijos mokinių kooperatyvėlio valdybos) atskirai pateikiami algebros, trigonometrijos, begalinių mažybių analizio, komercinės aritmetikos, buhalterijos uždaviniai. Rašto darbų uždavinius dažniausiai parinkdavo gimnazijos mokytojai, o kai kuriais metais – Švietimo ministerija. Būtent anksčiau minėtame leidinyje yra pateikti daugiausia švietimo ministerijos pateikti uždaviniai.

Trumpai aptarsime kiekvienos temos uždavinius. Aritmetikos uždaviniuose sprendžiami įvairių tipų lygtys, aritmetinės ir geometrinės progresijų uždaviniai, Niutono binomas, ribų ir procentų bei darbo, transporto uždaviniai. Trigonometrijos uždaviniuose sprendžiamos ne tik trigonometrinės lygtys, reiškiniai, bet ploto, tūrio, paviršių uždaviniai, kurie šiuo metu mokyklose priskiriami geometrijos kursui. Begalinių mažybių analizio uždaviniuose ieško išvestinių, minimumo ir maksimumo taškų, integruojama, yra ir įrodymo uždavinių. Reikia skaičiuoti sudėtinių funkcijų išvestines, integravimui prireikia ir integravimo dalimis formulės, žodiniuose uždaviniuose reikia pasirinkti optimaliausią sprendinį.

Tarpukario Lietuvos lietuvių, žydų, lenkų, vokiečių ir rusų gimnazijos buvo realinės (su sustiprinta lotynų kalba), kalbinės (mokomos kelios dabartinės kalbos) ir komercinės (sustiprintas komercinių – buhalterinių dalykų mokymas).

Realinių mokyklų abiturientai laikė algebros, trigonometrijos ir begalinių mažybių analizės egzaminus. Humanitarinių ir kalbinių mokyklų – algebros ir trigonometrijos, komercinių gimnazijų – algebros, trigonometrijos, komercinės algebros ir buhalterijos.

Kaip ir dabar, taip ir tarpukario laikotarpiu baigiamieji darbai sulaukdavo komentarų ir pastabų spaudoje. Susipažinus su J. Gailevičiaus komentarais žurnaluose „Gamta“ buvo atliktas tyrimas.

Tyrimo tikslas buvo išnagrinėti, kaip studentai sprendžia uždavinius, kuriuos sprendavo gimnazijos abiturientai tarpukario Lietuvoje.

Tyrimė dalyvavo 29 1 kurso studentai, kurių dauguma baigiamąjį matematikos egzaminą laikė prieš metus. Iš šių studentų 9 (31,03%) laikė valstybinį matematikos egzaminą, likusieji – mokyklinį matematikos egzaminą. Šių studentų valstybinio egzamino rezultatų vidurkis 19,56 %, geriausias įvertinimas 34%. O šių studentų mokyklinio egzamino įvertinimo vidurkis 6,58 balo.

Šiems studentams buvo pateikti 7 uždaviniai, kurie buvo pateikti tarpukario Lietuvos matematikos egzamine ir apie kurių sprendimą ir gimnazistų padarytas klaidas rašė J. Gailevičius.

Panagrinėsime keletą pateiktų uždavinių.

1 pavyzdys

Išspręskite lygčių sistemą:

$$\begin{cases} \lg(x^2 + y^2) = 1 + \lg 13, \\ \frac{\lg x - \lg 9}{\lg y - \lg 7} = -1. \end{cases}$$

J. Gailevičiaus straipsnyje „Matematikos baigiamųjų egzaminų darbai“ nurodoma, kad „kai kurie mokiniai, užuot bendravardinus antrąją lygtį: $\lg x - \lg 9 = -\lg y + \lg 7$ ir toliau priėjus prie lygties $xy = 63$, nežinia kodėl iš karto vengia bendravardinimo ir gauna: $\frac{\lg \frac{x}{9}}{\lg \frac{y}{7}} = -1$ “.

Tyrėme, koku būdu dabar studentai sprendžia šią lygčių sistemą ir kokios pagrindinės yra uždavinio sprendimo klaidos. Šį uždavinį sprendė 72,41% tyrime dalyvavusių studentų. Problema, kuri buvo nagrinėjama J. Gailevičiaus, tyrime nebuvo aktuali, nes tik 2 studentai (9,52%) sprendė uždavinį nebendravardiklindami antros sistemos lygties. Tačiau sprendžiant šį uždavinį buvo susiduriama su kita problema – dauguma studentų nesurado apribojimų lygties sprendiniams arba gautų sprendinių nepatikrina įstatydami reikšmes į lygčių sistemą. Teisingai šį uždavinį išsprėdė 24,13% tyrime dalyvavusių studentų.

Tarpukario Lietuvos net klasikinėje gimnazijoje buvo įvedamas aukštosios matematikos kursas. Buvo dėstoma kompleksiniai skaičiai, eilučių teorija, funkcijos ir jų diferencijavimo teorija.

Dabartiniame matematikos kurse kompleksiniai skaičiai nedėstomi. Tačiau, jau tyrime dalyvavusių 14 studentų (48,28%) veiksmus su kompleksiniais skaičiais mokėsi aukštųjų neuniversitetinių studijų I kurse. Veiksmų su kompleksiniais skaičiais prireikė sprendžiant 2 uždavinių pateiktą tyrime.

2 pavyzdys

Duota geometrinė progresija. Jos $b_1 + b_7 = 65$; $b_1 b_7 = 64$. Reikia rasti b_1 ir q .
Trumpai apžvelgsime šio uždavinio sprendimo eigą.

Sudaroma sistema:

$$\begin{cases} b_1 + b_7 = 65, \\ b_1 \cdot b_7 = 64. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 + b_1 q^6 = 65, \\ b_1 \cdot b_1 q^6 = 64. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{65}{1+q^6}, \\ \left(\frac{65}{1+q^6}\right)^2 \cdot q^6 = 64. \end{cases}$$

Toliau spęsdami antrą sistemos lygtį pažymime: $q^6 = t$

$$\left(\frac{65}{1+t}\right)^2 \cdot t = 64 \Rightarrow 4225 \cdot t = 64(1 + 2t + t^2) \Rightarrow 64t^2 - 4097t + 64 = 0.$$

Išsprendę lygtį gauname 2 sprendinius:

$$t_1 = \frac{1}{64}; \quad t_2 = 64.$$

Prisiminę žymėjimus:

$$q^6 = \frac{1}{64} \quad \text{ir} \quad q^6 = 64.$$

Turėsime 12 sprendinių:

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{1}{2}; & q_2 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right); & q_3 &= \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right); \\ q_4 &= -\frac{1}{2}; & q_5 &= \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right); & q_6 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right); \\ q_7 &= 2; & q_8 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right); & q_9 &= \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right); & q_{10} &= -2; \\ q_{11} &= 2 \left(-\frac{1}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right); & q_{12} &= 2 \left(\frac{1}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \end{aligned}$$

Klaidas, tarpukario Lietuvos gimnazistai darė surasdami tik 4 sprendinius. Tyrime dalyvavę studentai sprendinių ieškojo realiųjų skaičių aibėje, tačiau ir šioje aibėje dauguma 62,07 % rado tik 2 sprendinius. Sprendinių kompleksinių skaičių aibėje neieškojo nei vienas studentas.

3 pavyzdys

Išspręskite lygtį:

$$\frac{1}{x} + 4 - \sqrt{16 + \sqrt{\frac{64}{x^2} + \frac{9}{x^4}}} = 0.$$

Spręsdami šį uždavinį tarpukario Lietuvos abiturientai prieina prie lygties sprendimo:

$$\frac{16}{x^3} - \frac{8}{x^4} = 0 \Rightarrow \frac{8}{x^3} \left(2 - \frac{1}{x}\right) \Rightarrow x_1 = \infty, \quad x_2 = \frac{1}{2}.$$

J. Gailevičius nepateikia kiek abiturientų darbų buvo tikrinta, tačiau rašo, kad tik 8 abiturientai davė teisingą atsakymą.

Tyrime dalyvavę 1 kurso studentai rado tik tai vieną sprendinį arba sprendimo eigoje buvo padarę klaidų ir teisingo atsakymo (2 šaknų) negavo.

Išvados

1. Tarpukario Lietuvos egzaminų užduočių sprendimui reikia aukštosios matematikos žinių.
2. Spręsdami tarpukario Lietuvos uždavinius 1 kurso studentai daro analogiškas klaidas, kokias darė ir to meto abiturientai.
3. Tarpukario Lietuvos matematikos baigiamųjų egzaminų užduotys pakankamai sudėtingos, tai rodo aukštą to meto matematikos mokymo lygį.

Literatūra

1. *Abituriento vadovas, Lietuvos gimnazijų ir mokytojų seminarijų lietuvių kalbos ir matematikos 1929 m. išleidžiamųjų egzaminų temos, uždavinių sprendimai ir elementariosios matematikos konspektas*, Šiauliai (1929).
2. V. Rostauskas (red.), *Abituriento vadovas*, Šiauliai, (1932).
3. J. Gailevičius, *Matematikos uždaviniai VI–VIII klasių kursui atkartoti su išleidžiamų egzaminų temomis*, Kaunas (1931).
4. J. Gailevičius, Keletas pastabų apie algebros baigiamųjų egzaminų rašto darbus, *Gamta*, 3 (1939).
5. J. Gailevičius, Matematikos baigiamųjų egzaminų darbai, *Gamta*, 3–4 (1940).
6. J. Gailevičius, Pastabos apie trigonometrijos baigiamųjų egzaminų rašto darbus, *Gamta*, 4 (1939).
7. H. Jasiūnas, Matematikos egzaminai 1929–1932 m. Lietuvos mokyklose, *Lietuvos matematikų draugijos XXXIII konferencija*, Vilnius (1992).
8. A. Skūpas, Matematikos baigiamieji darbai Panevėžio valstybinėje berniukų gimnazijoje, *Lietuvos matematikų draugijos XXXIII konferencija*, Vilnius (1992).

SUMMARY

B. Ragalytė, A. Paukštienė. School leaving mathematical examination in Lithuania between the two world wars

The school leaving mathematical examination in Lithuania between the two world wars is discussed in this article. Types of problems at the school-leaving mathematical examination at this period are described. Problem solving task in 1929–1932 are presented. The results of investigation on how the college students were solving these problems are given here.

Keywords: mathematical examination in Lithuania between the two world wars, problems, research, analysis.