

# Matematikos mokymas panaudojant „Dinaminę geometriją“

Valentina DAGIENĖ, Eglė JASUTIENĖ (MII)

el. paštas: dagiene@ktl.mii.lt, egle.jasutiene@ktl.mii.lt

**Reziumė.** Straipsnyje aptariama, ar prasminga mokyti matematikos panaudojant „Dinaminę geometriją“ bendrojo lavinimo mokykloje. Kompiuterinės programos taikymas nagrinėjamas siejant su bendrojo lavinimo mokyklos matematikos mokymo bendrosiomis programomis ir išsilavinimo standartais [1]. Pagrindinis dėmesys skiriamas šioms dalims: 1) matematikos mokymo tikslams ir uždaviniams; 2) matematikos mokymo didaktinėms nuostatomis, 3) mokyklinės matematikos dalyko turiniui. Atskleidžiamos šios programos taikymo pamokose galimybės, privalumai. Pagrindžiamas parengtos mokomosios kompiuterinės priemonės „Matematika 9 su Dinamine geometrija“ [6] naudojimas. Pabaigoje trumpai apžvelgiamos mokomųjų kompiuterinių programų rūšys pagal moksleivio aktyvumo lygį ir pagrindžiamas „Dinaminės geometrijos“ statusas.

*Raktiniai žodžiai:* matematikos mokymas, geometrija, kompiuterinė mokomoji programa, „Geometer’s SketchPad“.

## 1. Įvadas

Remiantis informacinių technologijų diegimo švietime strategija 2000–2004 metams [4] didelis dėmesys skiriamas mokomosioms kompiuterinėms programoms įvairiems dalykams mokyti: jomis aprūpinamos mokyklos, organizuojami kursai mokytojams mokyti, rengiama metodinė medžiaga. Tai vienas svarbiausių būdų siekiant nukreipti mokyklų kompiuterizavimą teigiama ugdymą gerinančia linkme.

Matematinis raštingumas mokykloje vis labiau ir labiau akcentuojamas – tokius tikslus kelia ir Europos Sąjungos švietimo politikai. Matematikos pagrindinių elementų turi įgyti visi mokiniai. Tam reikia geros motyvacijos. Vienas iš tokių patrauklių būdų – informacinės technologijos [3].

Nors pasaulyje gausu kompiuterinių priemonių mokykliniam matematikos kursui mokyti, tačiau dauguma jų labai panašios. Svarbu, ne pati priemonė, o jos diegimas: mokytojų apmokymas, metodinė medžiaga, pamokų pavyzdžiai, planai. Visapusiškos, visoms net ir mokyklinės matematikos temoms mokyti kompiuterinės priemonės nėra. Todėl tenka galvoti, kurias priemones kurioms temoms pasirinkti, po to – ilgai ir kruopščiai dirbti su mokytojais.

Viena iš labiausiai tinkamų mokyklinei matematikai mokyti kompiuterinių programų būtų „Geometer’s SketchPad“ [[www.keypress.com/sketchpad/](http://www.keypress.com/sketchpad/)]. 2001 metais šios programos licencija buvo nupirktą visoms Lietuvos mokykloms – ji buvo lokalizuota drauge su kompiuteriniais žinynais. Pavadinta „Dinamine geometrija“ – iš tiesų ši programa daugiau skirta plokštumos geometrijai ir algebrai mokyti, tačiau galimos ir kitos mokyklinės matematikos temos.

Per pastaruosius metus mokytojai buvo supažindinami su šios programos naudojimo galimybėmis, mokomi dirbti programa, naudoti ją pamokose. Šios programos privalumas (galima laikyti, drauge ir trūkumas) – kad su ja reikia dirbti kūrybiškai: daug galima padaryti, tačiau pradžioje tenka daug ką pasiruošti. Pagal programos ideologiją mokytojas terpę mokymui turi susikurti pats, pasitelkęs savo išradingumą, kūrybiškumą, algoritminį mąstymą bei matematinės žinias. Tai užima laiko, ko mūsų mokytojai nedaug turi, todėl prieš pradėdami taikyti šią programą susimąsto, ar verta, ar bus naudinga, ar nebus prarastas pamokos laikas ir pan. Šio straipsnio tikslas: pagrįsti „Dinaminės geometrijos“ naudojimo bendrojo lavinimo mokykloje tinkamumą atsižvelgiant į matematikos mokymo bendrojo lavinimo mokykloje aspektus.

## 2. „Dinaminė geometrija“ matematikos bendrųjų programų kontekste

### 2.1. Ryšys su matematikos mokymo tikslais

„Dinaminė geometrija“ padeda įgyvendinti Bendrosiose programose ir išsilavinimo standartuose keliamus tikslus ir uždavinius [1]. Kodėl taip galima teigti? Iš vienos pusės, ši kompiuterinė programa turi daug patogių galimybių įvairiems matematikos uždaviniams spręsti (tai galima įrodyti pasitelkus daugybę išleistų pasaulyje knygų, kuriose aprašomas darbas su šia programa). Iš kitos pusės, Lietuvoje šiai programai rengiamos papildomos priemonės: parašytas matematikos vadovėlio 9 kl. specialusis priedas [6], rengiamas analogiškas 10 klasei.

„Dinaminės geometrijos“ naudojimas pamokose padeda igyti matematikos žinių, plėtoti igūdžius, susijusius su atskiromis matematikos sritimis, ugdytis bendruosius matematikos gebėjimus [1]. Labai svarbu, kad naudojantis šia programa darbas klasėje gali būti individualizuojamas pagal mokinių pajėgumus.

Mokiniai noriai dirba kompiuteriu, konstruoja, modeliuoja, programuoja, žaidžia. Konstruodamas brėžinius arba tirdamas iš anksto parengtus mokinyms lavina savo matematinis gebėjimus, gilina matematinės žinias. „Dinaminė geometrija“ lokalizuota, joje vartojamos taisyklingos lietuviškos matematinės sąvokos ir terminai, kas labai svarbu ugdant bendrąją mokinio kultūrą.

### 2.2. Didaktinės nuostatos

Nagrinėjant Bendrąsias matematikos programas išryškėja svarbiausi didaktiniu požiūriu aspektai: 1) matematikos žinios; 2) matematinių modelių kūrimas ir taikymas; 3) matematikos teikiamų galimybių informacijai perteikti panaudojimas; 4) matematikos plėtros procesas (t. y. procesas, kuriam vykstant atrandami ir pagrindžiami matematiniai dėsningumai, kaupiamos ir apibendrinamos matematikos žinios); 5) tarpdalykinis integravimas [1].

„Dinaminė geometrija“ tiesiogiai padeda įgyvendinti dalį matematikos didaktinių nuostatų. „Dinaminėje geometrijoje“ pastebimas kelių minėtų nuostatų integravimas tarpusavyje. Pavyzdžiui, nagrinėjant vieną brėžinį ir igyjamos, įtvirtinamos matematinės žinios, ir atrandami bei pagrindžiami matematiniai dėsningumai, kaupiamos, apibendrinamos žinios.

Matematikos žinias mokiniui perteikia mokytojas, jos igyjamos skaitant knygas, atliekant užduotis, jas gali atrasti patys mokiniai. „Dinaminė geometrija“ padeda tai įtvirtinti, atrasti, netgi gali būti panaudota matematiniamis įrodymams parodyti [2].

Prasmingai paruoštų dinaminių brėžinių tyrinėjimai, eksperimentavimai įvairiose matematinėse situacijose padeda mokiniui pačiam atrasti ir taip geriau įsisavinti matematinės žinias. Pavyzdžiui, keisdamas kvadratinės nelygybės parametrus, moksleivis gali pats išsiaiškinti, kaip nelygybės sprendiniai priklauso nuo parametrų.

Matematinų modelių kūrimas „Dinaminėje geometrijoje“ reikalauja idėti daugiau pastangų nei popieriaus lape, tačiau po to galima tiksliai tyrinėti, panaudoti daugelį kartų tą patį brėžinį. Programa pateikia tik priemones: skriestuvą, liniuotę, skaičiuoklę, matavimo, transformacijas, funkcijų grafikų braižymo priemones.

Norėdami sukurti dinaminį brėžinį turime žinoti pagrindinių figūrų konstravimo principus (pavyzdžiui, kaip skriestuvu ir liniuote konstruojamas lygiakraštis trikampis, kvadratas, rombas, kaip rasti apie trikampį apibrėžto apskritimo centrą ir pan.) [5]. Prieš konstruojant brėžinį reikia apmąstyti, kaip konstruoti geometrinę figūrą, kad išliktų jos pagrindinės savybės, kas turi būti brėžinyje dinamiška (taškas, atkarpa, parametras ir kt.), kad brėžinys prasmingai atskleistų kūrėjo mintį, kada ir kaip panaudoti animaciją, ką reikia paslėpti, ką rodyti ir pan. Tokiu būdu braižydamas dinaminį brėžinį mokinys ugdo savo matematinio modeliavimo įgūdžius, pritaiko matematinės žinias. Dinamiškai keisdamas brėžinį moksleivis įgyja žinias, formuluoja išvadas, jas pagrindžia, apibendrina.

### 2.3. „Dinaminės geometrijos“ aprėpiamas turinys

Naudodamiesi „Dinamine geometrija“ matematinį turinį iš esmės kuria patys mokytojai ir mokiniai. Eksperimentais įrodyta, kad ši programa geriausiai tinka šioms mokyklinės matematikos temoms mokytis bei mokytis: planimetrijai, elementariems plokštumos analizinės geometrijos pagrindams, funkcijoms ir grafikams, matematinės analizės pagrindams, trigonometrijai, stereometrijos daliai (bet tik nedideliai daliai, nes trimatės grafikos programoje nėra), skaičių teorijai ir pagrindiniams aritmetiniams veiksams, vektoriams, kompleksiniams skaičiams [9].

Programa labiausiai tinka planimetrijos ir algebros brėžiniams kurti. Tam programoje yra tiesiogiai skirtos priemonės ir komandos [10]. Naudojant programą kūrybiškai galima dar išplėsti matematikos temų sąrašą.

## 3. „Dinaminės geometrijos“ vieta mokomųjų programų klasifikacijoje

Straipsnyje „Mokomųjų kompiuterinių programų tipai“ [7] L. Markauskaite suklasifikavo kompiuterines programas pagal moksleivio aktyvumo lygį.

„Dinaminė geometrija“ turi įvairių šių programų rūšių funkcijų. Ją sunku priskirti tik vienai programų grupei [3].

„Dinaminę geometriją“ galima priskirti vadovaujančių programų grupei. Sukurtus brėžinius galima demonstruoti grupei moksleivių, diskutuoti, formuluoti išvadas. Demonstravimas su „Dinamine geometrija“ panašus į tyrimą: tik brėžinio dinamiškumą atskleidžia mokytojas, moksleiviui lieka tik stebėti, kas vyksta ir formuluoti išvadas.

Be to, integruojant dinaminis brėžinius su kitomis programomis galima sukurti ir kontroliuojančias ar mokomasias priemones. Tokiu principu yra parengta mokomoji kompiuterinės priemonė „Matematika 9 su Dinamine geometrija“ (ji aprašoma

4 skyrelyje) [6]. Šią mokomąją priemonę drąsiai galima priskirti kontroliuojančių ir mokomųjų programų grupei. „Matematika 9 su Dinamine geometrija“ galima naudoti tiek savarankiškam moksleivio mokymuisi tiek atskirų brėžinių demonstravimui. Joje yra nurodymai vartotojui, ką ir kaip spragtelėti, dinaminuose brėžiniuose aprašyta, ką reikia tempti ir ką stebėti, norint atsakyti į klausimus ar įsitikinti teorijoje pateiktų teiginių teisingumu ir kt.

Kiek „Dinaminę geometriją“ galima priskirti vadovaujančių programų grupei, tiek ir tyrimo programoms. „Dinaminėje geometrijoje“ galima rasti ir programavimo bei modeliavimo elementų. Kadangi programa nepateikia sukurtos medžiagos pamokoms, o tik suteikia priemones jai susikurti, tai vartotojas turi kurti brėžinius pats. Moksleivis pats gali kurti ir netgi programuoti. Dinaminio brėžinio kūrimo procese galime išvelgti ne tik modeliavimą, bet ir objektinio programavimo elementų.

Moksleivis naudodamas programos skaičiuoklyje esančias funkcijas gali palyginti skaičius, pavaizduoti ir parašyti parametrinių funkcijų apibrėžimo sritis, nelygybių sprendinius ir kt. Taigi, „Dinaminė geometrija“ leidžia ne tik konstruoti, modeliuoti įvairias matematinės situacijas, bet ir lavinti algoritmavimo įgūdžius.

„Dinaminėje geometrijoje“ geometriniai objektai konstruojami pagal griežtas matematinės taisykles, todėl tiriant brėžinius atskleidžiami įvairūs matematiniai dėsniai. Dažnai matematikoje prieš sprendžiant uždavinį (ypač įrodymo) moksleiviui svarbu pačiam įsitikinti uždavinio teiginio teisingumu. Popieriuje dažniausiai eksperimentuojama braižant kelis brėžinius, tiriant įvairias galimybes. „Dinaminėje geometrijoje“ nubraižius dinaminį brėžinį ir temptiant tam tikrus objektus perrenkamos įvairios galimybės [9]. Eksperimentuojant su dinaminio brėžiniu galima pateikti išvadas, belieka tik jas pagrįsti. Taigi, „Dinaminę geometriją“ galime priskirti ir prie eksperimentavimo programų. Tyrimui skirti brėžiniai turi būti prasmingi, atskleisti tyrimo esmę.

Taigi, „Dinaminę geometriją“ priskirti kuriai nors vienai programų grupei neįmanoma, nes moksleivis čia gali būti ir aktyvus, pats kurdamas ar tirdamas brėžinius, ir pasyvus sukurtų brėžinių stebėtojas.

#### 4. Specialusis priedas – matematikos vadovėlio papildinys

Kad kompiuterinės programos būtų efektyviai naudojamos mokyme reikia parengti tinkamos medžiagos mokytojams. Tai nekeliantis abejonių teiginys. Visa esmė, kokios tai turi būti priemonės. Taip buvo sumanyta parengti matematikos 9 klasei specialųjį priedą – kompaktinę plokštelę „Matematika 9 su Dinamine geometrija“. Kompaktinėje plokštelėje yra:

- su „Dinamine geometrija“ sukurti brėžinių lapai, vizualizuojantys vadovėlio „Matematika 9“ I ir II dalių teoriją bei įdomesnius uždavinius;
- aprašymai, kaip efektyviai pasinaudoti dinaminiais brėžiniais;
- šiek tiek teorinės medžiagos iš vadovėlio;
- užduotys, kurių atlikimas padėtų įtvirtinti naują medžiagą.
- rekomendacijos atlikti tam tikras užduotis iš vadovėlio [6].

Priemonėje naudojami matematiniai terminai ir dažnai atsakymas nėra akivaizdžiai pateikiamas, moksleivis privalo sudarydamas uždavinio situaciją pats ją atrasti. Kadangi „Dinaminėje geometrijoje“ brėžiniai konstruojama pagal griežtas taisykles,

tai moksleivis tirdamas brėžinius gali sužinoti ir atrasti vadovėlyje neminimų matematinų dėsnių.

## 5. Išvados

„Dinaminę geometriją“ galima naudoti mokant arba mokantis apie 50% matematikos kurso bendrojo lavinimo mokykloje. Ši mokomoji kompiuterinė priemonė padeda įgyvendinti tikslus, uždaviniu ir didaktines nuostatas aprašomas Bendrosiose programose ir Išsilavinimo standartuose. „Dinaminė geometrija“ lanksti kompiuterinė programa. Kūrybingai naudojant programos galimybes „Dinaminę geometriją“ galima naudoti ir kaip vadovaujančią ir kaip tyrimo programą. Mokant moksleivius kurti dinامينius brėžinius lavinamas jų kūrybingumas, algoritminis mąstymas, kruopštumas, atidumas, matematiniai igūdžiai. Moksleivių ar mokytojų sukurtus brėžinius galima naudoti demonstravimui, tyrimui. Programa sukurtų brėžinių dinamiškumas gali pakeisti daug kartinių geometrinių figūrų braižymą popieriuje.

## Literatūra

1. *Bendrojo lavinimo mokyklos bendrosios programos ir išsilavinimo standartai XI–XII klasei*, Švietimo aprūpinimo centras, Vilnius (2003).
2. C. Hoyles, K. Jones, Proof in Dynamic Geometry contexts, in: *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*, An ICMI Study, Kluwer Academic Pub. (1998), pp. 121–128.
3. V. Dagienė, Informatikos mokymo vidurinėje mokykloje nuostatų formavimasis, *Informacijos mokslai*, 4, 40–55 (1997).
4. Informacijos ir komunikacijos technologijos diegimo Lietuvos švietime strategija, in: *Informacijos technologija mokykloje*, Konferencijos medžiaga, Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministerija, Švietimo informacinių technologijų centras, Vilnius (2000), pp. 153–197.  
Adresas internete: <http://www.ipc.lt>.
5. E. Jasutienė, L. Stepanauskienė, „Dinaminės geometrijos“ taikymas matematikos pamokose, AB „Lietuvos telekomas“, Vilnius (2003).
6. E. Jasutienė, L. Stepanauskienė, V. Vanagas, *Matematika 9 su „Dinamine geometrija“*, TEV, Vilnius (2003).
7. L. Markauskaitė, Kompiuterizuoto mokymo formos. Mokomųjų kompiuterinių programų tipai, in: sud. N. Kriščiūnienė, *Vieno kompiuterio panaudojimas mokykloje*, Eugrimas, Vilnius (1998), pp. 27–33.
8. N.L. Gage, D.C. Berliner, *Pedagoginė psichologija*, Alma litera, Vilnius (1994).
9. L. Stepanauskienė, E. Jasutienė, „Dinaminė geometrija“ ir jos panaudojimas, in: *Kompiuterininkų dienos-2003*, pp. 248–254.
10. I. Šolytė, *Funkcijų uždavinių sprendimas naudojantis „Dinamine geometrija“ VIII–X klasėse*, Bakalauro darbas (2004).

## SUMMARY

### *V. Dagienė, E. Jasutienė. Teaching mathematics by using application “Geometer’s Sketchpad”*

This paper analyses is it meaningful to use “Geometer’s Sketchpad” to teach and to learn mathematics at general school of Lithuania. First, it looks how this program helps to implement the goals of National Curricula and Standards. After that, the paper analyses to which group of classification of ICT programs “Geometer’s Sketchpad” can be attached. In addition, it views CD “Mathematics 9 with geometer’s sketchpad” which is prepared for teaching and learning math grade 9th.

**Keywords:** teaching mathematics, geometry, educational software, „Geometer’s SketchPad“.