

## Diskrečiosios matematikos dėstymas VGTU Elektronikos fakulteto pirmakursiams

Aleksandras KRYLOVAS, Olga SUBOČ (VGTU)

el. paštas: akr@fm.vtu.lt, olga.suboc@fm.vtu.lt

1. Diskrečiosios matematikos kursas yra pradėtas dėstyti VGTU Elektronikos fakulteto studentams nuo 2003 metų antrojo semestro. Šį semestrą taip pat dėstoma matematika 2, o iš viso per pirmuosius keturis semestrus studentai klauso 5 matematikos kursų. Taigi VGTU Elektronikos fakulteto studentai gauna gerokai stipresnius matematikos pagrindus, palyginus su kitų fakultetų (išskyrus Fundamentinių mokslų) studentais, kur matematika yra dėstoma tik pirmuosius tris semestrus.

Ši straipsnį sudaro autorių pirmųjų išpūdžių apžvalga, dėstant naująjį matematinį dalyką.

Diskrečiosios matematikos modulio turinį sudaro šios keturios temos (žr. [2–3]):

- 1) matematinės logikos ir Bulio funkcijų pradmenys;
- 2) aibės ir kombinatorinė analizė;
- 3) sąryšiai;
- 4) grafų teorija.

Dalykui dėstyti skiriamos 3 savaitinės valandos paskaitų ir 1 – pratybų. Paskaitos buvo skaitomos trimis srautams, kuriuos sudarė 13 grupių: 11 – Elektronikos fakulteto ir 2 – Aviacijos instituto.

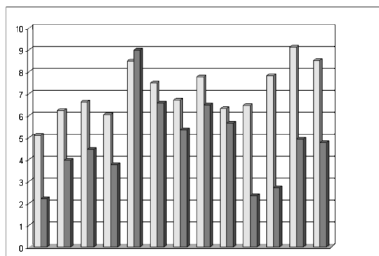
2. Semestro metu du kartus testais buvo tikrinamos studentų žinios. Pirmas tikrinimas buvo laikomas šeštąją studijų savaitę greituoju (20 minučių trukmės) 15 uždarojo tipo (t. y. su pasiūlytais atsakymais) klausimų testu. Testas skirtas pagrindinių pirmosios kurso temos sąvokų bei faktų žinojimui tikrinti. Tipinis pirmojo testo klausimo pavyzdys yra toks:

$$x \vee (0 \Rightarrow x) = \textcircled{1} 1; \textcircled{2} 0; \textcircled{3} x; \textcircled{4} \bar{x}.$$

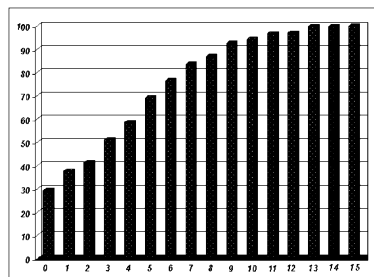
Skirtingi testo variantai buvo išlygiagretinti: turėjo įvairias formules bei įvairius kintamųjų žymėjimus (žr. [1]).

Studentai pildė nustatyto pavidalo atsakymų korteles ir tikrinant buvo skaičiuojami teisingi ir klaidingi atsakymai:  $p_j$ ,  $m_j$  pirmojo ( $j = 1$ ) ir antrojo ( $j = 2$ ) testo teisingų ir klaidingų atsakymų skaičiai. Dėl pakankamai didelio klausimų skaičiaus (15 ir 30) įvertinimas gali turėti sistemingą teigiamą paklaidą, jei studentas bandys atspėti atsakymą. Todėl studentai buvo išpėti, kad neteisingi atsakymai bus atimti ir testų įverčiai  $r_1$ ,  $r_2$  skaičiuojami taip:

$$r_1 = p_1 - m_1; \quad r_2 = p_2 - [(m_2 - 1)/2]. \quad (1)$$



1 pav. Pirmojo testo rezultatai atskiroms grupėms.



2 pav. Pirmojo testo procentiniai rangai.

Pirmąją testą laikė 286 studentai. Minimalus išlaikymo balas po rezultatų perskaičiavimų buvo nustatytas 5; testą išlaikė 120(42%) studentų. Diagramoje (1 pav.) parodyti pirmojo testo rezultatai atskiroms grupėms (13 grupių). Grupės surašytos ta pačia tvarka, kaip jos buvo sujungtos į tris srautus: pirmasis ir trečiasis srautai turi po keturias grupes, o antrasis (vidurinis) – penkias. Kairieji stulpeliai rodo teisingų atsakymų vidurkį kiekvienai grupei. Dešiniųjų stulpelių aukštis lygus perskaičiuotų balų vidurkiui (buvo ne tik atimti baudos taškai, bet ir pridėti balai nepadariusiems klaidų, gavusiems daugiau 5 ir daugiau 10 taškų). Pakankamai nevienodi atskirų grupių vidurkiai paskatino straipsnio autorius atlikti šių rezultatų dispersinę analizę.

Srauto numeris	Studentų skaičius	Teisingų atsakymų skaičiaus vidurkis	Perskaičiuotų rezultatų vidurkis
1	72	6, 13	3, 79
2	111	7, 11	6, 14
3	103	8, 13	3, 86
bendras	286	7, 23	4, 73

Vienfaktorinės dispersinės analizės (žr. [4], 304 p.) kvadratų sumos  $SS_A = 87, 047$ ,  $SS_E = 8, 136$  (perskaičiuotiems rezultatams atitinkamai 181, 302 ir 19, 935). Taigi taikydami Fišerio kriterijų (apskaičiuota reikšmė  $F_A = \frac{SS_A}{SS_E} = 10, 418$ ; perskaičiuotiems rezultatams 9, 095) su 1% reikšmingumo lygmeniu (kritinė reikšmė 6, 8), abiem atvejais atmetame hipotezę, kad trys studentų srautai parodė vienodus žinių lygius. Pastebėjime, kad atskirų grupių vidurkių dispersinė analizė kiekvieno srauto viduje neduoda pagrindo atmesti hipotezę, kad grupės parodė vienodą žinių lygį. Išimtis yra tik trečiojo srauto atveju, nagrinėjant teisingų atsakymų skaičių, kuris (žr. 1 pav.) daug didesnis (palyginus su pirmuoju ir antruoju srautu) už perskaičiuotą rezultatą. Šio reiškinio priežastį galima paaiškinti tuo, kad šio srauto studentams buvo nepakankamai išaiškintos testų rezultatų skaičiavimo taisyklės (1).

Kitame grafike (2 pav.) parodyti to pačio testo laikymo procentiniai rangai. Matome, kad nulį ir mažiau balų (atėmus baudos taškus) gavo apie 30% laikusių, vieną arba mažiau balų – apie 35% studentų ir t. t.

Koreliacijos koeficientas tarp teisingų atsakymų skaičiaus ir perskaičiuoto pirmojo testo rezultato yra 0.811; atskiroms grupėms koreliacijos koeficientai buvo nuo 0.738 (minimalus) iki 0.975 (maksimalus).

3. Antrasis 30 uždarojo tipo klausimų 90 minučių trukmės testas skirtas žinių supratimui bei jų taikymo igūdžiams tikrinti. Jį rašant studentai galėjo naudotis literatūra bei išspręstais, iš anksto duotais pavyzdžiais (žr. [3]). Tipinis antrojo testo klausimo pavyzdys yra toks užduočių blokas

Aibėje  $\{q, p, g, c\}$  apibrėžti sąryšiai  
 $A = \{(q, q), (q, g), (q, c), (p, q), (p, p), (g, p), (g, c), (c, p), (c, g)\}$ ,  
 $Z = \{(q, g), (p, q), (p, p), (p, g), (p, c), (g, c), (c, q), (c, p)\}$ .

**A** Raskite sąryšių kompoziciją  $C = A \circ Z$ .

- ①  $\{(q, q), (q, p), (q, g), (q, c), (p, q), (p, p), (p, g), (p, c), (g, q), (g, p), (g, g), (c, q), (c, p), (c, g), (c, c)\}$ ;
- ②  $\{(q, p), (q, g), (q, c), (p, q), (p, p), (p, g), (p, c), (g, q), (g, p), (g, g), (g, c), (c, q), (c, p), (c, g), (c, c)\}$ ;
- ③  $\{(q, q), (q, p), (q, g), (q, c), (p, q), (p, p), (p, g), (p, c), (g, q), (g, p), (g, g), (g, c), (c, q), (c, p), (c, g), (c, c)\}$ .

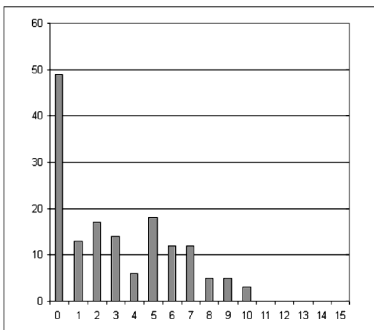
**B** Raskite sąryšių kompoziciją  $L = Z \circ A$ .

- ①  $\{(q, p), (q, c), (p, q), (p, p), (p, g), (p, c), (g, p), (g, g), (c, q), (c, p), (c, g), (c, c)\}$ ;
- ②  $\{(q, p), (q, c), (p, q), (p, p), (p, g), (p, c), (g, q), (g, p), (g, g), (c, q), (c, p), (c, g), (c, c)\}$ ;
- ③  $\{(q, p), (q, c), (p, q), (p, p), (p, g), (p, c), (g, p), (g, g), (c, q), (c, p), (c, c)\}$ .

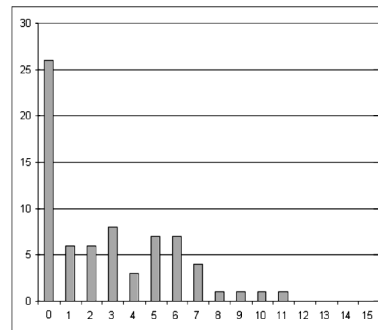
**C** Raskite sąryšį  $R = \overline{C \cap L}$ .

- ①  $\{(q, q), (q, g), (q, c), (g, q), (g, c)\}$ ;
- ②  $\{(q, q), (q, g), (g, q), (g, c)\}$ ;
- ③  $\{(q, q), (q, g), (g, q)\}$ ;
- ④  $\{(q, q), (q, g), (p, c), (g, q), (g, c)\}$ .

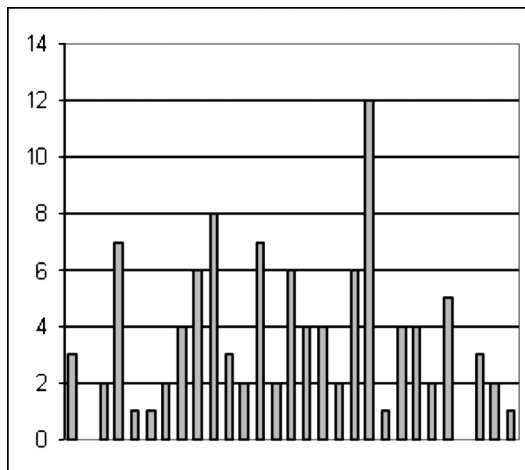
Antrąjį testą laikė tik išlaikysieji pirmąjį – 108 studentai. Diagramoje (5 pav.) parodyti perskaičiuoti taikant (1) formulę antrojo testo rezultatai: nulį balų gavo 3 studentai (pirmas stulpelis), 29 balus – vienas (paskutinis stulpelis), gavusių 30 balų nebuvo. Koreliacijos tarp pirmojo ir antrojo testų rezultatų koeficientas lygus 0, 51. Neišlaikysieji pirmojo testo, jį laikė antrą kartą. Testą sudarė klausimai iš pirmųjų trijų straisnio pradžioje išvardintų diskrečiosios matematikos kurso temų. Šio laikymo rezultatai parodyti (3 pav.) diagramoje. Gavusieji 5 ir daugiau (perskaičiuotų) balų (tokių buvo 64



3 pav. Pirmojo testo antrojo laikymo rezultatai.



4 pav. Pirmojo testo trečiojo laikymo rezultatai.



5 pav. Antrojo testo rezultatai.

iš 157 laikusių, t. y. 41%) galėjo laikyti antrąjį testą. Abiejų testų koreliacijos koeficientas šiuo atveju buvo mažesnis (0.375). Neišlaikiusieji pirmojo testo iš antro karto galėjo jį (testą sudarė jau visų keturių temų klausimai) laikyti dar ir trečia kartą (4 pav.).

4. Taigi net ir daug kartų laikant diskrečiosios matematikos testus, nemaža studentų dalis taip ir nesugeba įveikti minimalių reikalavimų – gauti 5 balus iš 15. Turėdami omenyje, kad nagrinėjamos diskrečiosios matematikos sąvokos beveik nesiremia mokykline matematika, galime teigti, kad kurso dėstymą apsunkina ne tiek studentų matematikos žinių spragos, kiek neišlavintas abstraktusis mąstymas.

### Literatūra

1. A. Krylovas, J. Raulynaitis, Vieno tikimybių teorijos uždavinio išlygiagretinimo patirtis, *Liet. matem. rink.*, **43** (spec. nr.), 357–460 (2003).
2. A. Krylovas, Diskrečioji matematika, *Paskaitų konspektas*, Vilnius (2004).
3. A. Krylovas, O. Suboč, *Diskrečiosios matematikos uždavinynas*, Mokomoji knyga, Vilnius (2004).
4. J. Kruopis, *Matematinė statistika*, Vilnius, Mokslo ir enciklopedijų leidykla (1993).

### SUMMARY

**A. Krylovas, O. Suboč. Teaching of discrete mathematics for first course students of Faculty of Electronics in VGTU**

In this article we present methodics of teaching discrete mathematics for first course students of Faculty of Electronics in VGTU. We present analysis of marks in course and separate groups, relationship between results of two tests.

*Keywords:* statistic education research, student achievement, mathematics teaching, measurement.