

Daugiamatnių regresijos modelių naudojimas infliacijai modeliuoti

Ana ČUVAK, Žilvinas KALINAUSKAS (VGTU)

el. paštas: ana.cuvak@fm.vgtu.lt, zkalinauskas@lb.lt

1. Įvadas

Nuolatinis ir pastovus bendrojo šalies kainų lygio kilimas, dėl kurio krenta šalies piniginio vieneto perkamoji galia vadinamas infliacija. Dažniausiai infliacija apibrėžiama kaip suderinto vartojimo prekių ir paslaugų kainų indekso (SVKI) pokytis per analizuojamą laikotarpį. SVKI yra svarbiausias rodiklis, charakterizuojantis infliacijos lygį, naudojamas šalies kainų procesų politikai, analizei ir prognozei ekonomikoje, minimalių socialinių garantijų peržiūrai, teisinių ginčų sprendimui.

Infliaciniams procesams tirti galima pasitelkti vieną iš pagrindinių šiuolaikinės analizės instrumentų – ekonometrinių modeliavimą, apimančių laiko eilučių analizės metodus, regresinę analizę, daugelio regresijos lygčių sistemas. Infliacinių procesų analizės bei modeliavimo tematika yra nuolat aktuali. Šiai tematikai skirta nemažai tyrimų [1, 2], tačiau Lietuvos infliaciniams procesams modeliuoti ir prognozuoti dažniausiai taikomi tiesinės regresijos modeliai arba paprastesni laiko eilučių modeliai [2]. Lietuvos infliacijai modeliuoti ir analizuoti reikalingas sudėtingesnis modelis, kuris ne tik modeliuotų infliaciją, bet ir padėtų stebėti kainų kitimą, nustatyti veiksnius, darančius jam įtaką, modeliuoti ir prognozuoti kainų kaitos tendencijas. Makroekonominė analizė atliekama naudojant nagrinėjamų statistinių rodiklių stebimas laiko eilutes. Statistiniai duomenys, kurie nusako Lietuvos infliacijos procesą, sudaro palygintinai ilgas laiko eilutes. O tai leidžia taikyti pažangius laiko eilučių ekonometrines analizės metodus. Todėl šiame darbe Lietuvos infliacijai modeliuoti ir prognozuoti pasiūlyti sudėtingesni laiko eilučių vektorinės autoregresijos (VAR) ir VPKM modeliai. Šiuo atveju laiko eilučių modeliai (VAR ir VPKM) yra pranašesni nei atskiros regresijos lygtys, kadangi pastarieji labiau tinka ekonomikos teorijos teiginių analizei ir turi mažesnę prognozavimo galią.

Siekiant kuo geriau sumodeliuoti Lietuvos infliacijos procesą, šiame darbe infliacijos analizuojamos laiko eilutės apima laikotarpį nuo 1996 m. sausio mėn. iki 2006 m. gruodžio mėn.

Darbo tyrimo objektas yra Lietuvos infliacinius procesus nusakančio rodiklio – SVKI laiko eilutės. Darbo tikslas – pritaikyti daugiamatį vektorinės paklaidų korekcijos modelį (VPKM) Lietuvos infliacijai aprašyti.

2. Uždavinio formulavimas

Infliacijai modeliuoti naudojamas SVKI. Statistikos departamentas prie Lietuvos Respublikos Vyriausybės jį skelbia išskaitytą į 12, 38 ir 93 prekių ir paslaugų grupes. Šiame darbe infliacijai modeliuoti naudojami 12 SVKI prekių ir paslaugų grupių indeksai, kurie modelyje žymimi taip:

- V(1) – maisto produktai ir nealkoholiniai gėrimai;
- V(2) – alkoholiniai gėrimai ir tabako gaminiai;
- V(3) – drabužiai ir avalynė;
- V(4) – būstas, vanduo, elektra, dujos ir kitas kuras;
- V(5) – būsto apstatymas, namų apyvokos įranga ir kasdienė būsto priežiūra;
- V(6) – sveikatos priežiūra;
- V(7) – transportas;
- V(8) – ryšiai;
- V(9) – poilsis ir kultūra;
- V(10) – švietimas;
- V(11) – viešbučiai, kavinės ir restoranai;
- V(12) – įvairios prekės ir paslaugos.

Visos 12 SVKI prekių ir paslaugų grupių indeksų laiko eilutės yra nestacionarios pirmos eilės integruotos $V_t(i) \sim I(1)$ ($i = 1, 2, \dots, 12$), todėl šiame darbe kintamųjų kointegruotumui nustatyti taikomas Johansen visos informacijos maksimalaus tikėtimumo (*Johansen VIMT*) metodas [3] ir infliacijai modeliuoti siūlomas daugiamačių vektorinis paklaidų korekcijos modelis (VKPM¹). Duomenų stacionarumo analizė tikrinama taikant *Dickey–Fuller* (DF) testą [4]. DF vienietinės šaknies testas pagrįstas tokios lygties parametrų vertinimu:

$$\Delta V_t(i) = c + \gamma V_{t-1}(i) + \varepsilon_t, \quad i = 1, 2, \dots, 12, \quad (1)$$

čia $\varepsilon_t \sim \text{BT}(0, \sigma^2)$ – paklaida, BT – baltasis triukšmas; c ir γ yra parametrai; $V_t(i)$ – kintamasis, kuriam taikomas testas; Δ – pirmos eilės skirtumo operatorius; t – laiko indeksas, $t = 1, 2, \dots, T$.

Siekiant pašalinti autokoreliaciją, testo lygtis (1) papildoma 12 endogeninio kintamojo lagais. Tokiu atveju DF testas tampa išplėstiniu *Dickey–Fuller* (ADF^2) testu [4]. Šis testas toliau yra taikomas kintamųjų stacionarumo tikrinimui bei integruotumo eilės nustatymui. Išplėstinis *Dickey–Fuller* (ADF) testas pagrįstas tokios lygties parametrų vertinimu:

$$\Delta V_t(i) = c + \gamma V_{t-1}(i) + \beta_1 \Delta V_{t-1}(i) + \beta_2 \Delta V_{t-2}(i) + \dots + \beta_p \Delta V_{t-p}(i) + \varepsilon_t. \quad (2)$$

Vadovaujantis Johansen visos informacijos maksimalaus tikėtimumo metodu (*Johansen VIMT*) sudaromas paprastas (be apribojimų) vektorinės autoregresijos VAR(p) modelis ([5, 6]). Sudaryto modelio lagų (vėlavimų) skaičius $p = 8$. VAR(8) modelio

¹angl. – *Vector Error Correction Model*

²angl. – *Augmented Dickey–Fuller test*

lygtis yra tokia:

$$V_t = c + \sum_{j=1}^8 A_j V_{t-j} + \varepsilon_t, \quad (3)$$

čia V_t – kintamųjų (12×1) vektorius (SVKI prekių ir paslaugų grupės); $\varepsilon_t \sim \text{BT}(0, \Omega)$ – modelio paklaidų (12×1) vektorius; A_j – modelio autoregresinių koeficientų (12×12) dimensijos matrica; c – konstantų (12×1) vektorius; t – laiko indeksas, $t = 1, 2, \dots, T$. Tada i -tosios prekių ir paslaugų grupės SVKI lygtis atrodo taip:

$$V_t(i) = c(i) + \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^8 A_{i,j} V_{t-j}(i) + \varepsilon_t(i), \quad (4)$$

čia c – konstanta; $A_{i,j}$ – matricos A elementai (parametrai), t – laiko indeksas, $t = 1, 2, \dots, T$. Indeksai i ir j atitinkamai žymi prekių ir paslaugų grupes (nuo 1 iki 12) ir lagų skaičių (nuo 1 iki 8).

VAR(8) modelį (3) nesunku pertvarkyti į VKPM [7] pavidalą. Lietuvos infliacijos vektorinio paklaidų korekcijos modelio (VPKM(7)) lygtis yra tokia:

$$\Delta V_t = c + \Pi e_{t-1} + \sum_{j=1}^7 (\Phi_j \Delta V_{t-j}) + \varepsilon_t, \quad (5)$$

čia $\Pi = \sum_{j=1}^p A_j - I$ ir $\Phi_j = -\sum_{k=j+1}^p A_k$; e_t – kointegracijos paklaidų korekcijos kintamasis; Π – korekcijos koeficientų (12×1) vektorius; Φ_j – modelio koeficientų (12×12) matrica.

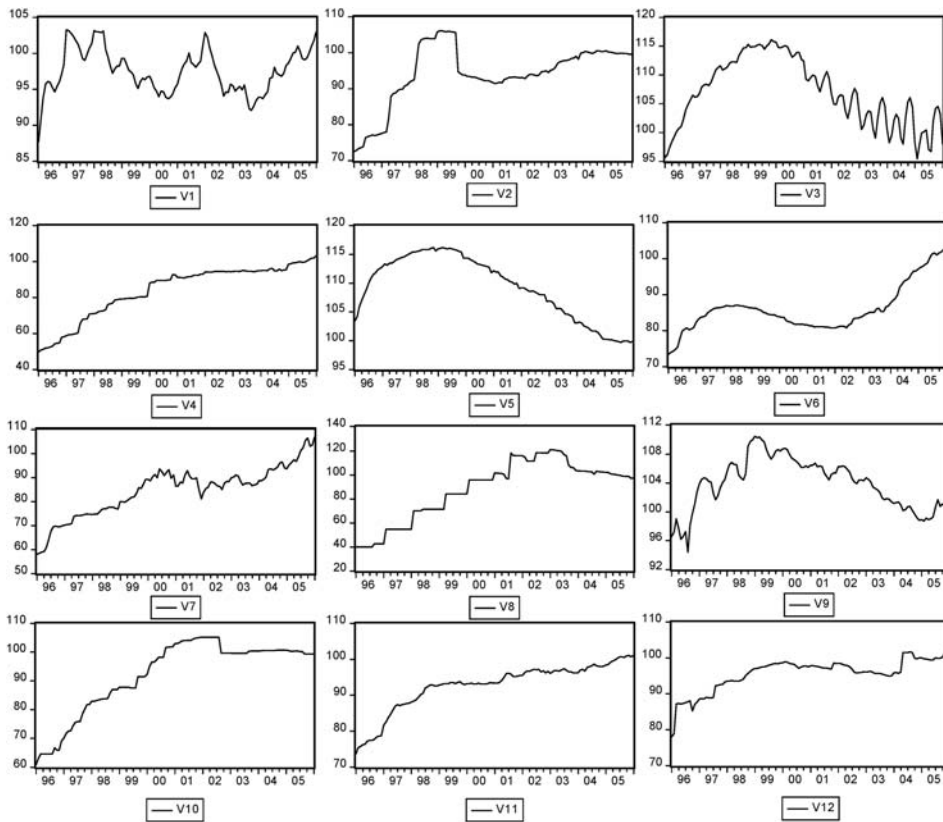
Darbe analizuojami 12 SVKI prekių ir paslaugų kainų indeksų mėnesiniai duomenys laikotarpiu nuo 1996 m. sausio mėn. – 2006 m. gruodžio mėn., apskaičiuoti 2005³ metų bazėje; duomenų šaltinis – Statistikos departamentas prie LRV. Pagrindiniai darbo rezultatai paskaičiuoti naudojant Eviews 4.1. programinę įrangą. Taikomų modelių parametrai vertinami mažiausių kvadratų metodu (MKM). Įvertinto modelio lygtyje (6) po gautais parametru įvertiniais skliausteliuose užrašomos parametru vertinimo standartinių paklaidų reikšmės, įvertintoms modelių lygtims pateikiamas determinacijos koeficientas (\overline{R}^2).

3. Modeliavimas

Infliacijos modeliavimo rezultatų patikimumui labai svarbu naudoti kuo ilgesnio laikotarpio laiko eilutes. Šiame darbe ekonometriniam infliacijos modeliavimui panaudoti mėnesiniai 12 SVKI prekių ir paslaugų grupių indeksų duomenys. Nagrinėjamo laikotarpio kintamųjų kitimo tendencijos pateiktos 1 pav.

Visoms 12 SVKI laiko eilutėms būdingos nestacionarumo savybės. Taikant ADF testą į lygtį (2) įtraukti ir determinuoti veiksniai (C – konstanta ir T – tiesinis trendas),

³Taip duomenis teikia Statistikos departamentas prie LRV, pradedant 2006 m. sausio mėn. kainų indeksu, pakeistas VKI ir SVKI bazinis laikotarpis. Naujas bazinis laikotarpis yra 2005 m.



1 pav. 12 SVKI prekių ir paslaugų grupių indeksų faktinės reikšmės.

atskirais atvejais testo lygtis vertinama ir be determinuotų veiksnių – N . Nustatyta, kad prekių ir paslaugų grupių indeksų laiko eilutės yra nestacionarios ir pirmos eilės integruotos $V_t(i) \sim I(1)$, ADF testo gauti t -statistikos rezultatai pateikti 1 lentelėje.

Ilgalaikių ryšių analizė: VAR(8) modelis. Vektorinės autoregresijos modelio lagų (vėlavimų) skaičius $p = 8$ nustatytas remiantis vektoriniu AIC^4 informaciniu kriterijumi, lagų nustatymo testo rezultatai pateikti 2 lentelėje. Šio kriterijaus reikšmė esant 8 lagams yra mažiausia ($AIC = 22,225$). Taip pat tai yra minimalus lagų skaičius, garantuojantis VAR(8) modelio paklaidų baltojo triukšmo savybes.

Apskaičiuota koreliacija tarp faktinių ir modelio įvertintų reikšmių (koreliacijos koeficientas r tarp 12 SVKI faktinių reikšmių ir VAR(8) įvertintų reikšmių kinta $0,951 < r < 0,989$) rodo, kad VAR(8) modelis gerai paaiškina nagrinėjamus kintamuosius.

Ilgalaikių ryšių analizę galima atlikti nagrinėjant 11 kointegracinių ryšių. Pėdsako testų (angl. – *trace test*) rezultatai rodo, kad esant 5 procentų reikšmingumo lygmeniui

⁴angl. – Akaike Information Criterion

1 lentelė. 12 SVKI kintamųjų ir jų mėnesinių pokyčių išplėstinio Dickey–Fuller testo rezultatai

Kintamasis	ADF-testas			Rezultatas
	Specifikacija	t -statistika	Kritinė reikšmė (5% reikšmingumo lygmuo)	
V(1)	C	-7,098	-2,886	I(1)
V(2)	C	-8,119	-2,886	I(1)
V(3)	N	-2,909	-1,944	I(1)
V(4)	C,T	-10,568	-3,448	I(1)
V(5)	C	-7,395	-1,944	I(1)
V(6)	C,T	-5,986	-3,448	I(1)
V(7)	C,T	-9,595	-3,448	I(1)
V(8)	C,T	-11,525	-3,448	I(1)
V(9)	C,T	-8,872	-3,448	I(1)
V(10)	C,T	-10,598	-3,448	I(1)
V(11)	C,T	-5,671	-3,448	I(1)
V(12)	N	-10,042	-1,944	I(1)

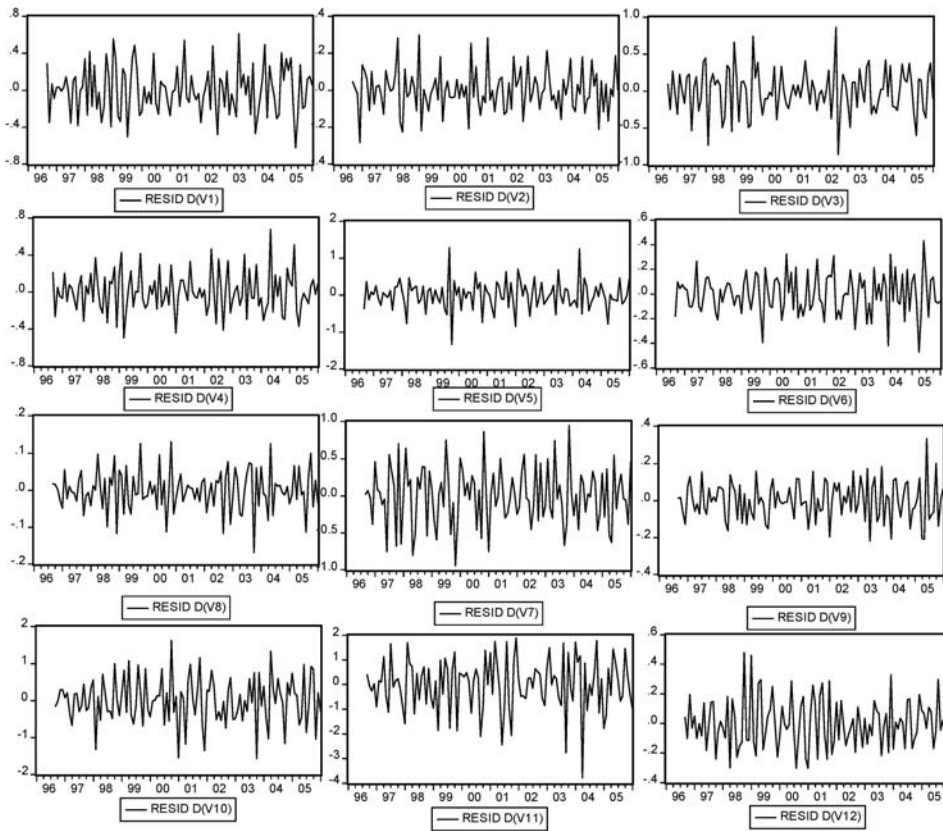
2 lentelė. VAR modelio lagų nustatymo testo rezultatai

Lagų skaičius	AIC informacinis kriterijus
0	57,56330
1	29,89236
2	29,52131
3	29,52168
4	29,36879
5	28,97595
6	28,11536
7	25,85578
8	22,22474*

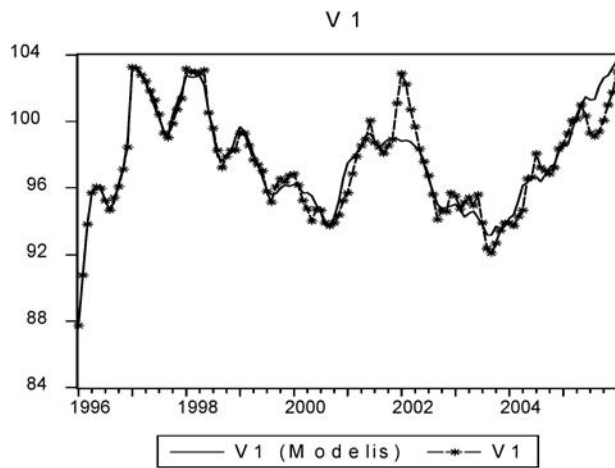
nulinė hipotezė $H_0: \lambda \leq 11$ yra priimama (tikimybinė reikšmė yra $p = 0,972$), o tai reiškia, kad nurodytos prielaidos leidžia atlikti ilgalaikių ryšių analizę nagrinėjant 11 kointegracijos vektorių. Kointegracijos testų rezultatai pateikti 3 lentelėje.

Ilgalaikį ryšį tarp 12 SVKI prekių ir paslaugų grupių parodo kointegracijos koeficientų ir korekcijos koeficientų vektoriai. Nenorėdami išplėsti šio darbo apimties pateiksime vieną iš 11 į VPKM(7) įtrauktų paklaidų korekcijos kintamųjų tapatybę:

$$\begin{aligned}
 e_t(1) = & e_{t-1} + \Delta V_t(1) + 0.669\Delta V_t(2) + 1.181\Delta V_t(3) + 1.191\Delta V_t(4) \\
 & \quad (0,25538) \quad (0,09896) \quad (0,08760) \\
 & - 0.708\Delta V_t(5) - 0.226\Delta V_t(6) - 0.222\Delta V_t(7) + 0.247\Delta V_t(8) \\
 & \quad (0,09816) \quad (0,11187) \quad (0,06459) \quad (0,02642) \\
 & + 0.280\Delta V_t(9) - 0.430\Delta V_t(10) - 1.556\Delta V_t(11) - 1.492\Delta V_t(12) \quad (6) \\
 & \quad (0,13191) \quad (0,08844) \quad (0,25538) \quad (0,09131)
 \end{aligned}$$



2 pav. VPKM(7) grafinė analizė: modelio lygčių paklaidos.



3 pav. VPKM(7) modelio grafinė analizė: V(1) kintamojo faktinės reikšmės, modelio reikšmės.

3 lentelė. Johansen VIMT kointegracijos testo rezultatai

H_0	Tikrinės reikšmės	Pėdsako testas (trace statistics)	95% kritinės reikšmės	p – tikimybė reikšmė
$\lambda = 0$	0,883	1295,722	358,718	0,000
$\lambda \leq 1$	0,835	1029,732	306,894	0,000
$\lambda \leq 2$	0,776	806,228	259,029	0,000
$\lambda \leq 3$	0,698	620,680	215,123	0,000
$\lambda \leq 4$	0,646	472,090	175,172	0,000
$\lambda \leq 5$	0,531	343,394	139,275	0,000
$\lambda \leq 6$	0,469	249,553	107,347	0,000
$\lambda \leq 7$	0,381	171,011	79,341	0,000
$\lambda \leq 8$	0,326	111,443	55,246	0,000
$\lambda \leq 9$	0,261	62,460	35,011	0,000
$\lambda \leq 10$	0,182	24,957	18,398	0,005
$\lambda \leq 11$	0,001	0,001	3,841	0,972

Trumpalaikių ryšių analizė: VPKM (7) modelis. Į VPKM(7) modelį, kaip papildomi kintamieji, yra įtraukti ir 11 paklaidų korekcijos kintamųjų $e_t(1), \dots, e_t(11)$. VPKM(7) yra modelis, kurį sudaro 12 endogeninių kintamųjų $V_t(1), \dots, V_t(12)$ ir 11 papildomų paklaidų korekcijos kintamųjų. Svarbiausi modelio įvertinimo rezultatai pateikti 4 lentelėje ir 2 pav. Remiantis šiais rezultatais, galima daryti išvadas apie įvertintą modelį. Paklaidų grafinė analizė (2 pav.) leidžia teigti, kad visos sistemos paklaidos yra normaliojo skirstinio ir homoskedastiškos.

4 lentelėje pateikti modelio įvertinimo statistikų rezultatai (\bar{R}^2 – determinacijos koeficientas, AIC – Akaike informacinis kriterijus, SC – Shwartz informacinis kriterijus, SSR – regresijos kvadratų suma) byloja, jog modelio lygčių aprašomumas yra gana tikslus, mažos informacinių kriterijų reikšmės parodo, kad tinkamai yra parinktas modelio lagų skaičius, todėl galima teigti, jog modelis gana tiksliai aprašo faktinius

4 lentelė. VPKM (7) modelio, įvertinto Johansen VIMT metodu, rezultatai

$\Delta V_t(i)$	\bar{R}^2	AIC	SC	SSR
$\Delta V_t(1)$	0,89	2,0556	4,2618	11,86
$\Delta V_t(2)$	0,84	3,2442	5,4503	38,94
$\Delta V_t(3)$	0,97	1,8840	4,0901	9,93
$\Delta V_t(4)$	0,83	2,7698	4,9760	24,23
$\Delta V_t(5)$	0,95	-0,8552	1,3510	0,65
$\Delta V_t(6)$	0,88	1,1085	3,3147	4,6
$\Delta V_t(7)$	0,81	3,5993	5,8055	55,55
$\Delta V_t(8)$	0,86	4,7979	7,0041	184,16
$\Delta V_t(9)$	0,93	1,1352	3,3413	4,72
$\Delta V_t(10)$	0,81	2,5729	4,7791	19,90
$\Delta V_t(11)$	0,91	0,4482	2,6544	2,37
$\Delta V_t(12)$	0,80	2,1905	4,3967	13,5

duomenis. Grafinis kintamųjų faktinių reikšmių ir modelio reikšmių vaizdavimas tai patvirtina, 3 pav. pateiktos kintamojo $V_t(1)$ faktinės reikšmės ir modelio reikšmės.

VPKM(7) modelis tenkina stabilumo sąlygas, visos matricos tikrinės šaknys yra vienetinio apskritimo viduje. Sistema yra stacionari.

4. Apibendrinimas

Ekonometrinio tyrimo rezultatai parodė, kad Lietuvos infliacijos procesų analizei ir modeliavimui pasiūlytas daugiamatis vektorinis paklaidų korekcijos modelis VPKM(7) modelis gana tiksliai aprašo kiekvienos sustambintos SVKI grupės kitimą ir trumpalaikį sąryšį, įvertinantį ilgalaikį kitimą, tarp 12 pagrindinių SVKI grupių. Apskaičiuoti determinacijos koeficientai rodo, kad modelio endogeniniai ir papildomi paklaidų korekcijos kintamieji pakankamai gerai aprašo kiekvieną lygčių sistemos modeliuojamą kintamąjį. Remiantis makroekonomikos teorija infliaciją įtakoja ne tik šiame darbe nagrinėjamų 12 SVKI grupių kainų kitimas, bet ir kiti makroekonominiai rodikliai (tokie kaip naftos kainų indeksas, BVP ir t.t.). Todėl ateityje norint kuo tiksliau aprašyti infliacijos kitimą bei pritaikyti modelį infliacijos prognozei būtina išanalizuoti ir įtraukti į modelį egzogeninius kintamuosius, t.y. kitus makroekonominis rodiklius.

Literatūra

1. L. Ceasar, Forecasting Swiss inflation using VAR models, *Swiss National Bank Economic Studies*, **2** (2006).
2. I. Vetlov, Lietuvos infliacijos inercijos analizė, *Pinigų studijos*, **3**, 5–16 (2000).
3. S. Johansen, Estimation and hypothesis testing of cointegrating vectors in gaussian vector autoregressive models, *Econometrica*, **59**, 1551–1580 (1991).
4. D.A. Dickey, W.R. Bell, R.B. Miller, Unit roots in time series models: Tests and implications, *American Statistician*, **40**, 12–26 (1986).
5. J. Hamilton, *Time Series Analysis*, Princeton University, Princeton (1994).
6. H. Lutkepohl, *Vector Autoregression Models*, Companion to Theoretical Econometrics (2003).
7. H. Lutkepohl, *Vector Autoregressive and Vector Error Correction Models*, Institute of Statistics and Econometrics (2001).

SUMMARY

A. Čuvak, Ž. Kalinauskas. Application of multiple regression models for inflation modelling

This paper examines the Lithuanian consumer price inflation from 1996 January till 2006 December using a modern non-stationary time series and econometric theory. The multiple regression models are proposed for inflation modeling. The stationarity of Lithuanian inflation and the main explored exogenous variables are analyzed using the augmented Dickey–Fuller test. All indicators are integrated of order one. Vector error correction (VECM) model of Lithuanian inflation processes is investigated and proposed for inflation modeling.

Keywords: consumer price inflation, HCPI, vector error correction model, cointegration.