

Judesio trajektorijos atkūrimas ir deformacijų aptikimas remiantis pagreičiais

Vincas BENEVIČIUS, Narimantas LISTOPADSKIS (KTU)

el. paštas: vincas.benevicius@gmail.com, narlis@ktu.lt

Šiame darbe nagrinėjama trajektorijos atkūrimo bei deformacijų fiksavimo remiantis pagreičiais problema. Uždavinys sprendžiamas analizuojant dviejų taškų judėjimo trajektorijas plokštumoje. Skaitiniam integravimui buvo pasirinktos Niutono ir Koteso kvadratinės formulės, tyrinėta paklaidų priklausomybė nuo interpoliacinio polinomo laipsnio n . Trajektorijos atkūrimo galimybė leisti tokias nedideles ir pigias akselerometrų sistemas naudoti vietoje nors ir tikslesnių, tačiau ir gerokai brangesnių GPS sistemų, skirtų nustatyti objekto padėtį. Pasiūlytas judančio objekto deformacijos fiksavimo kriterijus. Atliktas tyrimas parodė, kad nagrinėjant laiko intervalą iki 500 sekundžių, deformacijos fiksavimas gali vėluoti iki 2 sekundžių.

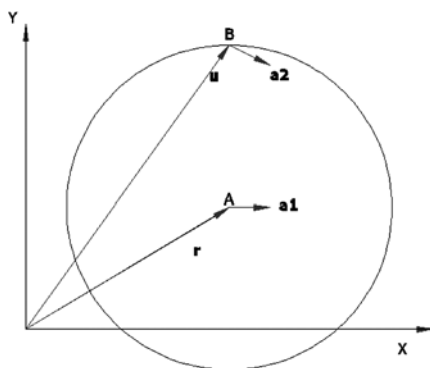
Akselerometras tai prietaisas, įgalinantis išmatuoti momentinio pagreičio projekciją akselerometro ašyje (jei akselerometras vienos ašies). Rinkoje esančių akselerometrų charakteristikos bei veikimo principas yra toli gražu nevienodi, tačiau dažniausiai pasitaikantys akselerometrai gana tiksliai gali išmatuoti pagreitį ribose $\pm 1g - \pm 10g$ [1–3].

Remiantis tuo, jog bet kuris griežtai susijęs taškas gali būti rotacijos centru, galime rotacijos centru laikyti bet kurią sistemos akselerometrą. Kadangi turima galvoje tokios pačios dimensijos akselerometrai, kaip ir nagrinėjama erdvė, vadinasi, šiuo atveju mums reikalingas papildomas, griežtai susijęs su pirmuoju, taškas (akselerometras), kurio pagalba būtų galima žinoti sistemos padėtį globalios koordinatinių plokštumos atžvilgiu, nes tik tai leidžia teisingai interpretuoti akselerometrų išduodamus duomenis (čia turima galvoje, jog akselerometrai pagreičio vektorius matuoja savo vidinės koordinatinių sistemos atžvilgiu, todėl svarbu žinoti akselerometro orientaciją erdvėje, kad gautą pagreičio vektorių būtų galima transformuoti į globalios sistemos vektorių) [6].

Pastarasis modelis apibrėžiamas tokiomis diferencialinėmis lygtimis:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{a}1(t), \quad (1)$$

$$\frac{d^2\vec{u}}{dt^2} = \vec{a}2(t). \quad (2)$$



1 pav. Dviejų taškų (akselerometrų) sistema.

Galime griežtai užrašyti modelį apibrėžiančias išraiškas:

$$\begin{aligned}\vec{r}(t) &= \int_0^t \left(\int_0^z \vec{a}1(u) \right) dz + \vec{r}_0 + \vec{v}_{r_0}t, \\ \vec{u}(t) &= \int_0^t \left(\int_0^z \vec{a}2(u) \right) dz + \vec{r}_0 + \vec{v}_{u_0}t.\end{aligned}\quad (3)$$

Nagrinėjami duomenys, tariamai pamatuoti MEMSIC akceleratorais MXD2020G &M [4]. Tai dviejų ašių akceleratorai, kurių veikimas paremtas šilumos konvekci-ja. Prietaisai yra skaitmeniniai, galintys atlikti matavimus 100Hz ar 400Hz dažniu. Ir nors matavimo tikslumas priklauso nuo daugelio faktorių, tokių kaip temperatūra ar matavimo netiesiškumas, tačiau šiame darbe į tai neatsižvelgsime tardami, kad matavi- mai atliekami idealiomis sąlygomis.

Pagreičiams generuoti naudojamos dviejų funkcijų išvestinės. Pirmoji f-ja apibrėžia taško A judėjimo trajektoriją, antroji – taško B rotaciją apie tašką A. Naudojama po tris funkcijas kiekvienam taškui tokiu būdu gaunant devynias sistemos judesio trajek- torijas. Taškui A naudojamos šios funkcijos (padėties, pagreičio):

$$\mathbf{A1:} \begin{cases} A_x(t) = 0.1t^{2.1} \\ A_y(t) = \sin(t) \end{cases}, \quad \begin{cases} A_x''(t) = 0.231t^{0.1} \\ A_y''(t) = -\sin(t) \end{cases}, \quad (4)$$

$$\mathbf{A2:} \begin{cases} A_x(t) = \frac{1}{2} \sin(t) + \frac{1}{2} \cos(2t) \\ A_y(t) = \frac{1}{2} \cos(t) + \frac{1}{2} \cos(2t) \end{cases}, \quad \begin{cases} A_x''(t) = -\frac{1}{2} \sin(t) - 2 \cos(2t) \\ A_y''(t) = -\frac{1}{2} \cos(t) - 2 \cos(2t) \end{cases}, \quad (5)$$

$$\mathbf{A3:} \begin{cases} A_x(t) = \cos(t) \\ A_y(t) = \sin(t) \end{cases}, \quad \begin{cases} A_x''(t) = -\cos(t) \\ A_y''(t) = -\sin(t) \end{cases}. \quad (6)$$

Taškui B naudojamos šios funkcijos:

$$\mathbf{B1:} \begin{cases} B_x(t) = \cos(t) \\ B_y(t) = \sin(t) \end{cases}, \quad \begin{cases} B_x''(t) = -\cos(t) \\ B_y''(t) = -\sin(t) \end{cases}, \quad (7)$$

$$\mathbf{B2:} \begin{cases} B_x(t) = \cos(\sin(t)) \\ B_y(t) = \sin(\sin(t)) \end{cases}, \begin{cases} B_x''(t) = -\cos(\sin(t)) \cos^2(t) + \sin(\sin(t)) \sin(t) \\ B_y''(t) = -\sin(\sin(t)) \cos^2(t) - \cos(\sin(t)) \sin(t) \end{cases} \quad (8)$$

$$\mathbf{B3:} \begin{cases} B_x(t) = \cos(\sqrt{t+1}) \\ B_y(t) = \sin(\sqrt{t+1}) \end{cases}, \begin{cases} B_x''(t) = -\frac{1}{4} \frac{\sin(\sqrt{t+1})}{t+1} - \frac{1}{4} \frac{\cos(\sqrt{t+1})}{(t+1)^{3/2}} \\ B_y''(t) = -\frac{1}{4} \frac{\cos(\sqrt{t+1})}{t+1} + \frac{1}{4} \frac{\sin(\sqrt{t+1})}{(t+1)^{3/2}} \end{cases} \quad (9)$$

Bendra duomenų generavimo schema pateikta 2 pav.

(3) išraiškų integravimui pasirinktas Niutono ir Koteso metodas [5].

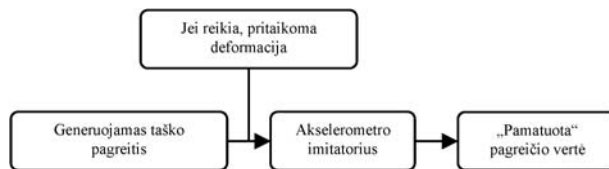
Atlikus paklaidų priklausomybės nuo akcelerometro parametrų tyrimą, gauti tokie rezultatai (1 lentelė).

Remiantis 1 lentelėje pateiktais rezultatais, nagrinėjimui pasirinktas akcelerometras, matuojantis 100Hz dažniu ir dirbantis 2Mhz vidiniu dažniu.

Atlikus paklaidų priklausomybės nuo interpoliacinio polinomo, naudojamo Niutono ir Koteso formulėse, laipsnio n , parinktas optimalus laipsnis $n = 9$.

Modelis sėkmingai atkuria pateiktas trajektorijas. Vienai iš jų atkurtas grafikas vaizdiniam palyginimui pateiktas 3 pav.

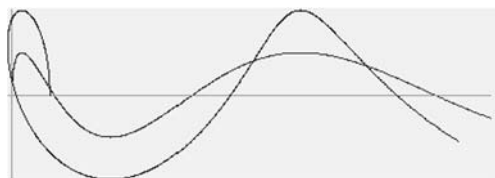
Skaitinės paklaidų reikšmės, kai judantys taškai stebimi vieną valandą, pateikiami 2 lentelėje.



2 pav. Duomenų generavimo schema.

1 lentelė. Paklaidų priklausomybė nuo akcelerometro parametrų

n = 5, t = 100s	Matavimų dažnis					
	100			400		
	Vid.laikr.dažnis, MHz			Vid.laikr.dažnis, MHz		
	2	1	0,5	2	1	0,5
Trajekt.	Pakl.	Pakl.	Pakl.	Pakl.	Pakl.	Pakl.
A1+B1	0,041163	0,041610	0,030256	0,010958	0,012791	0,009215
A1+B2	0,035462	0,043837	0,063082	0,032563	0,018595	0,141950
A1+B3	0,044403	0,019406	0,066842	0,067260	0,362762	0,223424
A2+B1	0,006539	0,009367	0,027510	0,013962	0,004039	0,017500
A2+B2	0,009420	0,006648	0,033137	0,028033	0,021673	0,151474
A2+B3	0,010664	0,057541	0,085648	0,073165	0,357247	0,229771
A3+B1	0,010536	0,008978	0,031067	0,012436	0,010423	0,006517
A3+B2	0,004598	0,012457	0,014551	0,020354	0,022220	0,129273
A3+B3	0,015060	0,047839	0,087774	0,074987	0,358726	0,211839

3 pav. Atkurta trajektorija A1+B1, $t = 10s$.

2 lentelė. Paklaidos praėjus vienai valandai

Tr.	Tšk.	Tikroji padėtis		Nueitas kelias	Paklaidos pagal koordinatę		Paklaida	Santykinė paklaida
		x	y		x	y		
A1+B1	A	2939240,157524	-0,035909	2939245,38881	-1,211701	0,226174	1,232629	0,00004%
	B	2939241,199258	-0,071819	2939297,58842	-1,135012	0,452349	1,221832	0,00004%
A2+B2	A	0,300270	0,913835	3665,97114	3,086026	-2,316363	3,858638	0,10526%
	B	1,266122	0,654741	4794,40263	4,496898	-4,293760	6,217593	0,12968%
A3+B3	A	0,965045	-0,262084	3600,00000	-0,000292	0,226174	0,226175	0,00628%
	B	0,015205	-0,574820	3602,57960	-8,185241	33,972228	34,944391	0,96998%

Deformacijoms užfiksuoti suformuojamas kriterijus, kuris remiasi (10)–(12) išraiškėmis.

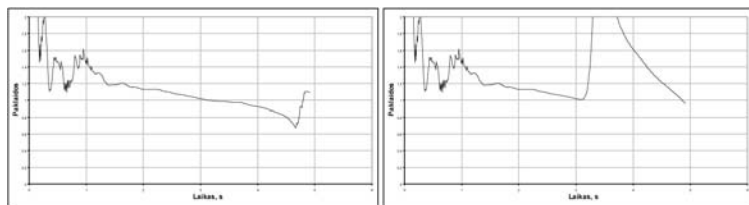
$$f(t_k) = \sum_0^{i=k} |p(t_i)| \quad (10)$$

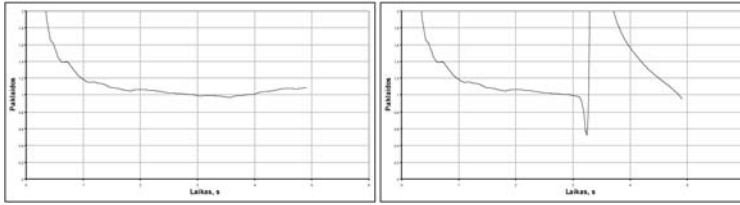
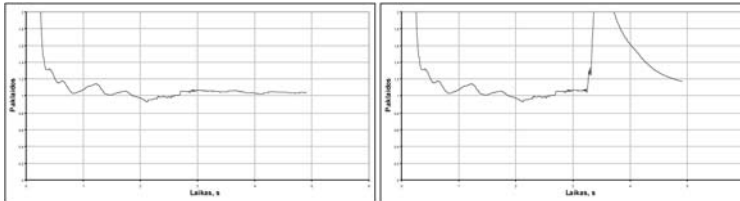
čia $p(t_i)$ – paklaida laiko momentu t_i .

$$d(t_i) = f(t_i) - f(t_{i-9}) \quad (11)$$

$$s(t_i) = \frac{d(t_i)}{d(t_{i-9})}. \quad (12)$$

Šios funkcijos grafikas trajektorijoms A1+B1, A2+B2 ir A3+B3 iki laiko $t = 5s$ pateiktas 4–6 pav.

4 pav. (12) funkcijos grafikas trajektorijai A1+B1 be deformacijos ir deformacijai įvykus momentu $t = 3s$.

5 pav. (12) funkcijos grafikas trajektorijai A2+B2 be deformacijos ir deformacijai įvykus momentu $t = 3s$.6 pav. (12) funkcijos grafikas trajektorijai A3+B3 be deformacijos ir deformacijai įvykus momentu $t = 3s$.

Kaip matyti iš 4–6 paveikslų, įvykus deformacijai stebime šuolį, kuris ir bus naudojamas deformacijai fiksuoti. Šiuo atveju nustatomas intervalas apie vieneta, kuriame svyruoja $s(t_i)$ reikšmės, ir jei reikšmė „iššoka“ už intervalo ribų – fiksuojama deformacija. Deformacijos užfiksavimo vėlavimas duotosioms trajektorijoms svyruoja 0,2–2 sekundžių ribose nagrinėjant 500s laiko intervalą.

Praktinio pritaikymo galimybės akivaizdžios: pasirinkus pakankamai tikslų akcelerometrą, būtų galima pakeisti mobilias globalaus pozicionavimo sistemas į globalios stacionarios bei lokalias mobilios sistemos derinį taip sutaupant lėšų. Toks derinys galėtų būti panaudotas įvairių judančių objektų padėties sekimui (laivų, automobilių ir pan.). Deformacijos fiksavimo kriterijus leistų nuolat stebėti didelių kūnų būseną, ją keisti pagal aplinkybes, pvz., didelio tanklaivio padėtį bangų atžvilgiu siekiant sumažinti korpuso išsikraipymą audros metu.

Literatūra

1. National Instruments – Developer Zone / Accelerometer Principles
<http://zone.ni.com/devzone/cda/ph/p/id/12> (2007 05 10).
2. National Instrument – Developer Zone / Types of Accelerometers
<http://zone.ni.com/devzone/cda/ph/p/id/284> (2007 05 10).
3. C. Aszkler, *The Principles of Acceleration, Shock And Vibration Sensors*. Sensors, 5/1/2005.
<http://www.sensormag.com/sensors/article/articleDetail.jsp?id=184885&searchString=accelerometer> (2007 05 10).
4. <http://www.memsic.com/memsic/products/gdxxi.asp?pq=111> (2007 05 11).
5. K. Plukas, *Skaitiniai metodai ir algoritmai*, Kaunas (2001).
6. V. Benevičius, N. Listopadskis, Akcelerometrų taikymo matematinis modelis, *Matematika ir matematinis modeliavimas*, Kauno technologijos universitetas, Technologija (2006), pp. 131–135.

SUMMARY

V. Benevičius, N. Listopadskis. Pathway restoration and deformation sensing using acceleration data

This work is targeted towards pathway restoration and deformation sensing using acceleration data. This problem is solved analyzing two point system movements in a plane.

Integration methods are compared, choice of Newton–Kotess formulas for integration is motivated. Data for analysis is provided by simulation, because real data acquisition requires financial investments.

Error dependencies on integration parameters, accelerometer operation parameters are analyzed. The dynamics of error development while observing different pathways is being tracked; a criterion for sensing deformation is defined.

Keywords: accelerometer, object movement, trace, motion, deformation sensing.