

Klasterizavimo panaudojimas muzikinių duomenų statistinėje analizėje*

Mindaugas Kavaliauskas

Kauno technologijos universitetas, Fundamentalųjų mokslų fakultetas
Studentų g. 50, LT-51368 Kaunas
E. paštas: kavaliauskas.mindaugas@gmail.com

Santrauka. Straipsnis skirtas Lietuvos kompozitorių kūrinių statistinei analizei. Kūriniams aprašyti naudojamos Markovo grandinės. Grandinių stacionarieji skirstiniai naudojami kaip požymių vektoriai tolimesnei kūrinių klasterinei analizei. Pateikiamos kelios gautų klasterių prasmės interpretacijos. Atliekamas bandymas identifikuoti nežinomą kūrinių autorių panaudojant požymių vektorius.

Raktiniai žodžiai: muzikologija, klasterizavimas, Markovo grandinė.

Įvadas

Muzikologijoje, kaip ir daugelyje humanitarinių mokslų, atliekami tyrimai dažniausiai yra kokybiniai. Juose atspindima nuomonė gali turėti nemažai subjektyvumo elementų, todėl atsiranda poreikis atlikti kokybinę muzikos kūrinių analizę. Jos dėka būtų galima pabandyti papildyti, praplėsti ankstesnius muzikologinius tyrimus, o gavus skirtingus rezultatus nuo ankstesniųjų netgi ir paoponuoti. Šis straipsnis yra vienas iš bandymų palyginti muzikos kūrinius naudojant statistinius metodus.

1 Uždavins

Šiame darbe buvo tyrinėjami lietuvių kompozitorių kūriniai. Tyrimo tikslai: parinkti matematinį modelį muzikiniams kūriniams aprašyti; naudojantis šio modelio parametrais, palyginti įvairių kūrinių melodijų statistines savybes; palyginti atskirų autorių darbus ir jų vienalytiškumą.

Natūralu manyti, kad skirtingo tipo kūriniai (pavyzdžiui kūriniai skirti orkestrui ir fortepijonui) gali turėti gana skirtingas statistines savybes. Todėl norėdami eliminuoti iš uždavinio vieną kintamąjį – kūrinių tipą – ir labiau skirti dėmesį skirtingų autorių palyginimui, pasirinkome vieno tipo kūrinius – styginių kvartetus. Darbe tyrimas atliktas su šiais kūriniams skirtais styginių kvartetams: F. Bajoro styginių kvartetą, O. Balakausko styginių kvartetą nr. 4, E. Balsio styginių kvartetą (I–IV dalys), Z. Bružaitės „Mozaika II“, M. K. Čiurlionio styginių kvartetą (I–III dalys), V. Germanavičiaus „Ekspresija“, V. Jakubėno styginių kvartetą (I–II dalys), V. Jurgučio „Elipsės“, J. Kačinsko styginių kvartetą (I–III dalys), O. Narbutaitės „Drapeggio“ ir

* Šio straipsnio rašymas finansuojamas Lietuvos mokslų tarybos projekto MIP-11492.

R. Šerkšnytės „Rytų elegija“. Šie kūriniai bus naudojami tolimesniuose statistiniuose tyrimuose.

2 Muzikinį kūrinį aprašantis modelis

Pradiniai duomenys yra kiekvieno kūrinio muzikinis tekstas, t. y. natos. Natas galime aprašyti trimačiu vektoriumi

$$N_i = (a_i, t_i, d_i), \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

čia a_i – natos aukštis, t_i – natos skambėjimo pradžios laikas, d_i – natos trukmė (pusinė, ketvirtinė, aštuntinė ir t. t.), n – kūrinio natų skaičius. Nemažindami uždavinio bendrumo galime laikyti, kad natos išdėstytos chronologine jų skambėjimo tvarka, t. y. $t_i \leq t_{i+1}$.

Stygiųjų kvartetų partitūra sudaryta iš keturių partijų – pirmojo ir antrojo smuiko, alto ir violončelės. Melodijų palyginimui iš polifoninio kūrinio (kuriame vienu metu gali skambėti daug garsų) buvo reikalinga išskirti pagrindinę melodiją. Be abejo, pagrindinę melodiją atlieka pirmasis smuikas, tačiau ir juo gali vienu metu būti grojamos dvi natos. Vienas iš populiariausių būdų melodijos išskyrimui iš kūrinio yra statistiniuose muzikos tyrimuose naudojamas aukščiausios natos algoritmas (angl. *skyline algorithm*) aprašytas [5, 2]. Jo idėja yra labai paprasta – į melodiją įtraukiama aukščiausia iš kelių vienu metu skambančių natų. Tokiu būdu melodija buvo išskiriama imant aukštesnę iš dviejų pirmojo smuiko natų.

Tad pagrindinę melodiją galime apibūdinti kaip natų seką. Natų aukščiai gali įgyti diskrečias reikšmes, pavyzdžiui: Do, Re, Mi ir t. t. Nors atlikėjas atlikdamas muzikinį kūrinį gali natų ilgus variuoti, tačiau partitūroje jie taip pat įgyja tik keletą reikšmių, pavyzdžiui: pusinė, ketvirtinė, aštuntinė ir t. t. Taigi natos aukščio ir ilgio reikšmės yra diskrečios ir jiems turėtume taikyti modelius, skirtus aprašyti laike kintantiems diskretiems procesams. Dėl šios priežasties muzikiniams kūriniams nėra tinkami ARMA ir kiti panašūs laiko eilučių modeliai, todėl bandoma šiuos kūrinius aprašyti naudojant Markovo grandines. Trumpai apibūšime šį matematinį objektą ir nusakysime jo pagrindinius parametrus.

Atsitiktinių dydžių seka $X_0, X_1, \dots \in S$ vadinama *Markovo grandine*, jei kiekvienam $t \in \mathbb{N}$ galioja

$$P(X_{t+1} = j | X_0 = x_0, \dots, X_t = x_t) = P(X_{t+1} = j | X_t = x_t). \quad (2)$$

Markovo grandinė vadinama *homogenine*, jeigu

$$P(X_{t+1} = j | X_t = i) = P(X_1 = j | X_0 = i), \quad \forall i, j \in S, \quad t \in \mathbb{N}. \quad (3)$$

Pagrindinis Markovo grandinę apibūdinantis parametras yra *perėjimo tikimybių matrica*

$$M = (p_{ij})_{i,j=1,\dots,m}, \quad p_{ij} = P(X_{t+1} = j | X_t = i), \quad i, j = 1, \dots, m, \quad (4)$$

kur $m = |S| \leq \infty$.

Pastebėsime, kad markoviškumo sąlyga (2) dažniausiai nėra tenkinama muzikos kūriniuose, tačiau aukštesnės eilės Markovo modeliai

$$P(X_{t+1} = j | X_0 = x_0, \dots, X_t = x_t) = P(X_{t+1} = j | X_{t-k} = x_{t-k}, \dots, X_t = x_t), \quad (5)$$

t. y. kai natos tikimybė priklauso nuo kelių paskutinių natų, yra gana gerai atitinkanti muzikos kūrinių struktūrą. Deja, aukštesnių eilių Markovo grandinių perėjimų tikimybių matricos turi didelę dimensiją, todėl šie modeliai negali būti taikomi pavieniams kūriniams analizuoti dėl per mažos imties (per mažo kūrinio ilgio). Dėl to apsiribosime pirmos eilės Markovo grandine. Dėl analogiškos priežasties nenaudosime ir natų trukmės, o analizuosime tik natos aukščio reikšmes tokiu būdu sumažindami didelį būsenų kiekį. Analogiški supaprastinimai siūlomi ir kitų autorių, pavyzdžiui, [1] ir [4].

Aukščiau aprašytose (2)–(5) lygtyse, vietoje dydžių X_i galėtume naudoti natų aukščius a_i , tačiau kūrinys muzikoje gali būti atliekamas skirtingose tonacijose, o klausytojas jį girdi, kaip tą pačią melodiją. Taip yra todėl, kad melodijos suvokime svarbus ne tiek absoliutus natų aukštis, kiek intervalas tarp dviejų natų aukščių. Todėl pasirinkimas

$$X_i = a_{i+1} - a_i \quad (6)$$

labiau atitiktų melodijos suvokimą. Savo tyrime naudosime šiek tiek modifikuotą (6) formulę.

$$X_i = \begin{cases} (a_{i+1} - a_i) \pmod{12}, & a_{i+1} \geq a_i, \\ -(|a_{i+1} - a_i| \pmod{12}), & a_{i+1} < a_i. \end{cases} \quad (7)$$

Ši formulė apskaičiuoja muzikinio intervalo ilgį moduliui 12, palikdama jo ženklą (intervalas išlieka teigiamas arba neigiamas). Tai leidžia šiek tiek sumažinti Markovo grandinės būsenų kiekį, atsikratant nedidelio kiekio gana didelių intervalų. Muzikine prasme tai nėra didelis melodijos iškreipimas, nes natų reikšmės kartojasi kas oktavą (12 pustoniu), todėl natų reikšmių skaičiavimas moduliui 12 yra priimtinas ir plačiai naudojamas. Taigi gauname, kad $X_i \in [-11, \dots, 11]$, t. y. Markovo grandinės būsenų aibė S yra sudaryta iš 23 reikšmių.

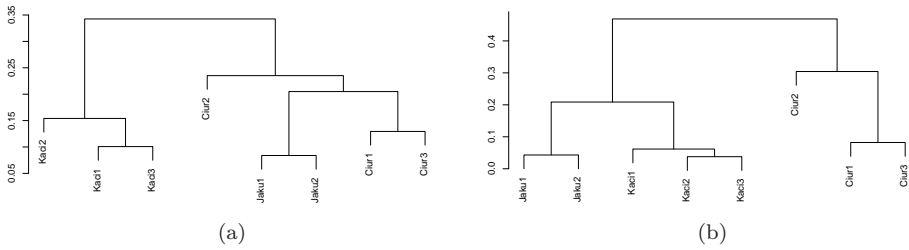
Vektorius $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_m)$ vadinamas *stacionariuoju* Markovo grandinės skirstiniu, jeigu jis tenkina sąlygas

$$\pi_j = \sum_{i=1}^m \pi_i p_{ij}, \quad \text{ir} \quad 0 < \pi_i \leq 1, \quad \sum_{i=1}^m \pi_i = 1. \quad (8)$$

Pastebėsime, kad stacionarusis Markovo grandinės skirstinys atspindi natų intervalų pasikartojimo tikimybes, jei muzikinis kūrinys būtų begalinio ilgio. Tolesniame tyrime šį skirstinį apibūdinantį vektorių π naudosime kaip požymių vektorių, apibūdinantį muzikinį kūrinių.

3 Kūrinių klasterizavimas

Kūrinių palyginimui buvo taikyti klasterinės analizės metodai. Galima būtų bandyti analizuoti atskirų intervalų tikimybes, kaip yra bandoma daryti [3], tačiau straipsnio autoriaus manymu, atskirų intervalų palyginime galime rasti „dėsningumą“, kurie nebūtinai atspindi tam tikro autoriaus ar kūrinio bruožus, kadangi imties dydis nėra didelis. Nagrinėjame 19 kūrinių priklausančių 11 autorių, o požymių vektoriaus dimensija yra 23, taigi yra didesnė už imties dydį. Be to, klasterizavimas yra patogi priemonė, leidžianti vaizdžiai išreikšti skirtumus (ar panašumus) tarp atskirų kūrinių



1 pav. Čiurlionio, Jakubėno ir Kačinsko kūrinių hierarchinio klasterizavimo medis, kai naudojama (a) Euklido metrika; (b) metrika paremta koreliacija.

ar autorių. Sudarytiems klasteriams vėliau gali būti kuriamos įvairios muzikologinės interpretacijos.

Atstumas tarp klasterizuojamų objektų (muzikos kūrinių) buvo apibrėžiamas dviem būdais

$$d(O_A, O_B) = \|\pi_A - \pi_B\|, \tag{9}$$

$$d(O_A, O_B) = 1 - \text{cor}(\pi_A, \pi_B). \tag{10}$$

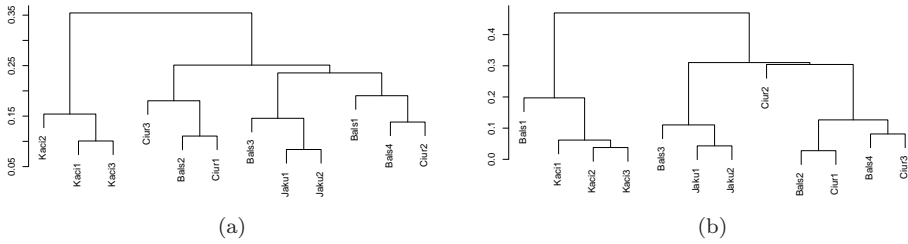
Pirmoji išraiška žymi įprastą Euklido atstumą, o antroji yra originaliai pasiūlyta straipsnio autoriaus. Ji paremta įprastu koreliacijos koeficientu, papildomai transformuojant gautą reikšmę, kad kūriniai, kuriuos atitinkantys požymių vektoriai yra stipriai koreliuojantys, būtų laikomi artimais (atstumas yra lygus 0, jei koreliacija lygi 1). Buvo pastebėta, kad naudojant koreliacija paremtą atstumą, kai kuriais atvejais sudaryti klasteriai turi aiškesnį muzikologinį paaiškinimą. Todėl šis atstumas buvo neatmestas ir naudojamas tolimesniuose tyrimuose.

Atliekant klasterinę analizę, buvo naudojami įvairūs hierarchinio klasterizavimo metodai. Tyrimai parodė, kad artimiausio kaimyno (angl. *single linkage*) metodu gautiems klasteriams buvo sunku suteikti prasmę, o tolimesnio kaimyno (angl. *complete linkage*), vidutinio atstumo (angl. *average linkage*) ir Ward'o metodai davė panašius rezultatus. Tolimesniuose paveikslėliuose pateiksime klasterizavimo rezultatus, gautus naudojant tolimesnio kaimyno metodą.

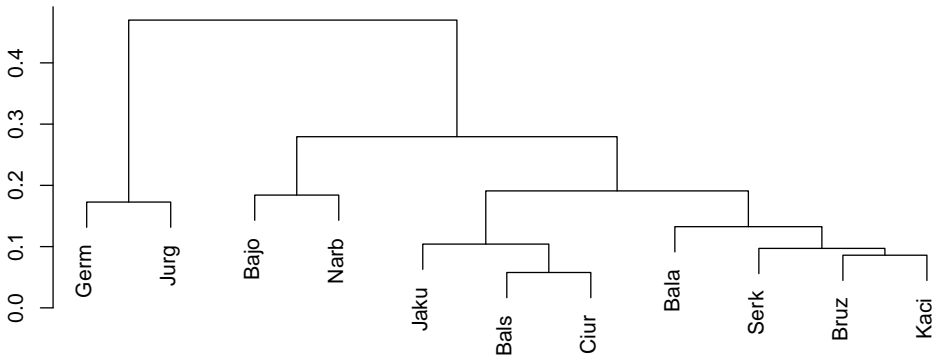
1 paveikslėlyje pateikiamas trijų autorių kūrinių klasterizavimo rezultatas. Matome, kad išsiskiriantys klasteriai gerai atitinka skirtingus kūrinių autorius. Naudojant atstumą, paremtą koreliacija, gauti klasteriai tiksliau išskiria vieno autoriaus kūrinius. Taigi galime teigti, kad klasterizavimui naudojamas Markovo grandinių stacionaraus skirstinio vektorius iš tikrųjų atspindi kūrinių melodines savybes. O vieno styginių kvarteto skirtingos dalys tarpusavyje yra panašesnės lyginant su kitu styginių kvartetu.

Deja, šis suskaldymas į klases neatspindi kūrinių autorystės, jei įtraukiame daugiau autorių. 2 paveikslėlyje matome, kad E. Balsio kūrinių keturios dalys nesudaro atskiro klasterio. Tai gali reikšti, kad skirtingos šio autoriaus kūrinių dalių melodijos nėra labai panašios viena į kitą muzikinių intervalų tikimybėmis.

Apjungus vieno autoriaus kelis kūrinius (jų dalis) į vieną imtį, buvo bandoma palyginti skirtingus autorius. 3 paveikslėlyje pavaizduotas autorių klasterizavimo medis gautas naudojant Euklido atstumą. Čia galime pastebėti, kad pirmiausiai į viena klasterį yra apjungiami Čiurlionio ir Balsio kūriniai. Tai rodo, kad šių autorių kūriniai



2 pav. Balsio, Čiurlionio, Jakubėno ir Kačinsko kūrinių hierarchinio klasterizavimo medis, kai naudojama (a) Euklido metrika; (b) metrika paremta koreliacija.



3 pav. Autorių hierarchinio klasterizavimo medis.

statistiniu požiūriu yra panašūs. Nors autoriai priklauso skirtingoms kartoms, tačiau Balsys yra tvarkęs Čiurlionio kūrybą. Tai galėjo padaryti įtaką jo pačio kūriniams. Paveikslėlyje matome ir atskirą jaunų kompozitorių Germanavičiaus ir Jurgučio klasterį. Jaunų moterų kompozitorių Bružaitės ir Šerkšnytės kūryba taip pat panaši, tačiau yra labiau panaši į išėivijos atstovo Kačinsko kūrinius, nei į tos pačios kartos vyrų kompozitorių kūrinius.

4 Diskriminantinės analizės panaudojimas

Hierarchinio klasterizavimo rezultatas palieka gana daug galimybių muzikologinėms interpretacijoms. Todėl pasirinktas požymių vektorius buvo panaudotas ir visiškai objektyviame diskriminantinės analizės tyrime. Atrinkus autorius, kurių kūriniai yra kelių dalių, buvo bandoma atlikti kūrinio dalies klasifikavimą turint apmokomąją imtį sudarytą iš kitų analizuojamų kūrinių. T.y., buvo sprendžiama, kaip tiksliai pasirinktas požymių vektorius leistų identifikuoti kūrinio autorių, jei autorius būtų nežinomas. Dėl nedidelio imties tūrio buvo pasirinktas artimiausio kaimyno metodas. Teisingų klasifikavimų skaičius, kai į tyrimą buvo įtraukti trys ir keturi autoriai, pateikiamas 1 lentelėje.

1 lentelėje matome, kad turimos imties atveju muzikos kūrinių autorystė gali būti gana sėkmingai identifikuojama, jei galimų autorių kiekis yra nedidelis. Didėjant gali-

Autorius	Euklido atstumas	$1 - \text{cor}()$ atstumas
Čiurlionis, Jakubėnas, Kačinskas	6/8 75%	6/8 75%
Balsys, Čiurlionis, Jakubėnas, Kačinskas	6/12 50%	5/12 42%

mų autorių kiekiui, autorystės nustatymas pagal statistines muzikinio kūrinio savybes gali būti labai netikslus.

5 Išvados

Markovo grandinėmis aprašius muzikinius kūrinius, stacionariosios tikimybės gali būti sėkmingai taikomos kaip požymių vektoriai kūrinių intervalų statistinėms savybės nusakyti.

Esant nedideliam autorių kiekiui, hierarchinės klasterinės analizės metodai į atskiras klases apjungia vieno autoriaus muzikinius kūrinius, o diskriminantinės analizės metodai gali būti naudojami autorystei identifikuoti.

Į tyrimą įtraukus daugiau kūrinių, autorystės identifikavimas tampa vis mažiau tikslus dėl autorių kūrinių įvairovės – to pačio autoriaus kūriniai gali būti labai skirtingi savo statistinėmis savybėmis.

Literatūra

- [1] J. Beran. *Statistics in Musicology*. Chapman and Hall, 2004.
- [2] C. Isikhan and G. Ozcan. A survey of melody extraction techniques for music information retrieval. In *Proceedings of the Fourth Conference on Interdisciplinary Musicology*, 2008.
- [3] R. Kašponis. *Lietuvių muzikos melodika ir harmonija* (rusų k.). Mokslas, Vilnius, 1992.
- [4] D. Temperley. *Music and Probability*. MIT Press, 2007.
- [5] A.L. Uitdenbogerd and J. Zobel. Manipulation of music for melody matching. In *ACM Multimedia*, pp. 57–66, 1999.

SUMMARY

Application of clustering in statistical analysis of music data

M. Kavaliauskas

In this article author analyses musical works of Lithuanian composers using statistical methods. Markov chains are used to describe compositions. Stationary distributions are used as feature vectors for clustering. A few interpretations of clusters are presented. Possibility to use feature vectors to identify the unknown author of composition is tested.

Keywords: musicology, clustering, Markov chain.