Statistinių metodų taikymas daugiatikslių sprendimų patikimumui įvertinti

Rūta Simanavičienė

Vilniaus Gedimino technikos universiteto Fundamentinių mokslų fakulteto Matematinės statistikos katedros docentė
Docent of Mathematical statistics department of the Faculty of Fundamental sciences in Vilnius Gediminas Technical University, Assoc. Professor
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius
El. paštas: ruta.simanaviciene@vgtu.lt

Daugelio socialinių, statybos investicinių, medicinos ir kitų sričių problemų sprendimui gali būti formuluojami daugiatiksliai sprendimo priėmimo uždaviniai. Dažnai tokie uždaviniai yra susiję su neapibrėžtimi dėl įvairių priežasčių – tiek objektyvių, tiek subjektyvių. Tuomet kyla klausimas, ar gautas sprendimas bus patikimas. Vieningos metodikos, skirtos daugiatikslių sprendimų patikimumui įvertinti pagal rodiklių reikšmingumus ir rodiklių reikšmes, nagrinėtoje literatūroje neaprašyta. Minėtos priežastys skatina ieškoti metodų, kurie padėtų nustatyti, ar gautas sprendimas yra patikimas. Šio straipsnio tikslas – pritaikyti statistinius metodus daugiatikslių sprendimų patikimumui įvertinti. Tam siūloma taikyti imitacinį duomenų modeliavimą ir šiuos statistinius metodus: 1) rezultatų imčių neparametrinių hipotezių tikrinimą; 2) rezultatų imčių vidurkių pasikliautinųjų intervalų skaičiavimą; 3) rezultatų imčių vidurkių parametrinių hipotezių tikrinimą. Taikant minėtus metodus pasiūlytas sprendimo patikimumo įvertinimo algoritmas.

Įvadas

Daugiakriteriai sprendimų priėmimo metodai, naudojami optimaliam sprendimui rasti, skirstomi į dvi grupes: daugiaobjekčius ir daugiatikslius (Hwang, Yoon, 1981). Šiame straipsnyje nagrinėjami daugiatiksliai (angl. *Multi-Attribute Decision Making – MADM*) sprendimo priėmimo metodai, grindžiami kiekybiniais matavimais. Šių metodų pradiniai duomenys yra rodiklių reikšmingumo vektorius ir sprendimo priėmimo matrica, sudaryta iš rodiklių reikšmių. Pradiniai duomenys nustatomi remiantis statistiniais ar ekspertiniais duomenimis. Daugiatiksliu metodu gautas rezultatas yra nagrinėjamų alternatyvų išrikiavimas prioritetine eilute (Hwang, Yoon, 1981).

Dažnai daugiatikslių uždavinių sprendimas yra susijęs su pradinių duomenų neapibrėžtumu, kurį lemia tiek objektyvios, tiek subjektyvios priežastys. Tuomet kyla klausimas, ar gautas sprendimas bus patikimas. Minėtos priežastys skatina ieškoti būdų, kaip įvertinti daugiatikslio sprendimo patikimumą pradinių duomenų paklaidų atžvilgiu.

Nagrinėtoje literatūroje yra mokslinių darbų, kuriuose tiriamas daugiakriterio sprendimo patikimumas, susijęs su pradinių duomenų neapibrėžtumu. Mokslininkai šią problemą dažnai siūlo spręsti taikant neapibrėžtų aibių teoriją (Chen, 2012; Balli, Korukoglu, 2009), intervalines neapibrėžtas aibes (Liu, 2010), pilkuosius skaičius (Zavadskas ir kt., 2009). Daugiatikslio sprendimo rezultatas taikant minėtus sprendimo metodus pateikiamas intervaline išraiška, o alternatyvos racionalumo patikimumo įvertis neskaičiuojamas.

Sprendimų patikimumo klausimą svarstė P. Pyy. Autorius taikė Bradley-Terry modelį, skirtą apskaičiuoti tikimybei, jog *i*-oji alternatyva yra pranašesnė už j-ąją, tačiau autorius nagrinėjo patikimumą tik tokių sprendimų, kurie susiję su žmogaus valdomomis sistemomis (Pyy, 2000).

Daugiatiksliuose sprendimo priėmimo metoduose naudojami ne tik objektyvūs, bet ir subjektyvūs duomenys. Pastarieji, gauti iš ekspertų, reikalingi rodiklių reikšmingumui nustatymui. Šių duomenų patikimumui užtikrinti pasiūlyta skaičiuoti konkordancijos koeficientą (Satty, 1980; Podvezko, 2005), kuris parodo, ar ekspertų nuomonės dėl rodiklių reikšmingumų yra pakankamai suderintos.

Patikimumo funkcijos apibrėžimą pateikė A. Birolini, tačiau jo apibrėžtas patikimumas yra taikomas tik elektroninių, gamybinių sistemų ir jų elementų patikimumui įvertinti (Birolini, 2010).

Remiantis nagrinėta literatūra galima teigti, jo vienos metodikos, kuria būtų galima įvertinti, ar daugiatikslis sprendimas yra patikimas rodiklių reikšmingumų ir rodiklių reikšmių atžvilgiu, nėra aprašyta.

J. M. Aughenbaugho ir J. W. Herrmanno teigimu, patikimumui įvertinti tinka įvairūs statistiniai metodai (Aughenbaugh, Herrmann, 2009). Tuo remiantis buvo suformuluotas straipsnio tikslas – pritaikyti statistinius metodus daugiatikslių sprendimų patikimumui įvertinti. Šiam tikslui pasiekti darbe siūloma naudoti daugiatikslio sprendimo alternatyvų racionalumo (naudingumo) įverčių imitacinį modeliavimą Monte Karlo metodu ir šiuos statistinius metodus: 1) neparametrinių hipotezių tikrinimą; 2) vidurkių pasikliautinųjų intervalų skaičiavimą; 3) vidurkių parametrinių hipotezių tikrinimą.

Daugiatikslio uždavinio formulavimas

Tarkim, turime daugiatikslį sprendimo priėmimo uždavinį, kurio sprendinys yra nagrinėjamų alternatyvų išdėstymas prioritetine eilute, remiantis alternatyvų naudingumo reikšmėmis. Daugiatikslį sprendimo priėmimo uždavinį sudaro šie etapai:

1. Sudaromas nagrinėjamų alternatyvų, iš kurių išrenkama racionali alternatyva, vektorius
$$A = (A_1, A_2, \ldots, A_i, \ldots, A_m).$$

2. Suformuojamas rodiklių, pagal kuriuos vertinamos alternatyvos, vektorius
$$X = (X_1, X_2, \ldots, X_j, \ldots, X_n).$$

3. Turint alternatyvų ir rodiklių aibes, formuojama sprendimo priėmimo matrica $\mathbf{X}_{[m\times n]}$, kurią sudaro i-osios alternatyvos kiekybiniai įverčiai pagal j-uosius rodiklius x_{ij}, $(i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n})$. Sprendimo matrica užpildoma kiekybiniais įverčiais, kurie gaunami remiantis statistiniais arba ekspertiniais duomenimis:

$$\mathbf{X}_{[m\times n]} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{pmatrix} \quad (1)$$

4. Įvedami rodiklių reikšmingumai q_j, $(j=\overline{1,n})$, nustatyti ekspertų.

5. Alternatyvų naudingumo reikšmės randamos pasirinktu daugiatiksliu sprendimo priėmimo metodu. Racionalia laikoma ta alternatyva, kurios naudingumo reikšmė yra didžiausia:

$$A^* = \max_{i\in(1,2,\ldots,m)} \big(f(A_i)\big); \quad (2)$$

čia $f(A_i)$, $i=(\overline{1,m})$ i-osios alternatyvos naudingumo reikšmė.

6. Alternatyvos išrikiuojamos prioritetine eilute pagal jų naudingumo reikšmes.

$$\text{Jeigu } f(A_i) > f(A_l),$$
$$\text{tai } A_i \succ A_l, (A_i, A_l \in A). \quad (3)$$

Imitacinio modeliavimo taikymas daugiatikslio sprendimo patikimumo analizei

Kaip yra žinoma, socialinių ir elgsenos mokslų metodologijoje galioja norma, jog mokslinę prasmę turi tik atsitiktinės imties pagrindu atlikti tyrimai. Remiantis literatūroje aprašytais tyrimais, kuriems taikomas imitacinis duomenų modeliavimas (Mun, 2006; Saltelli et al., 2000), šiame darbe sprendimo matricų generavimui pasirinkta taikyti būtent jį. Straipsnyje daugiatikslio sprendimo patikimumo analizei siūlomas algoritmas (1 pav.), kurį sudaro šie žingsniai:

1. Sudaroma pradinė sprendimų matrica:

$$X_{[m\times n]} = \{x_{ij}\}, \left(i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}\right),$$

kurioje i-osios alternatyvos j-ojo rodiklio reikšmė yra kiekybinis dydis.

2. Nustatomi kiekvieno rodiklio vidutiniai kvadratiniai nuokrypiai $\sigma_j, \left(j=\overline{1,n}\right)$, gaunami remiantis statistiniais arba ekspertiniais duomenimis.

3. Pasirenkamas pasiskirstymo dėsnis sprendimo matricos elementams generuoti.

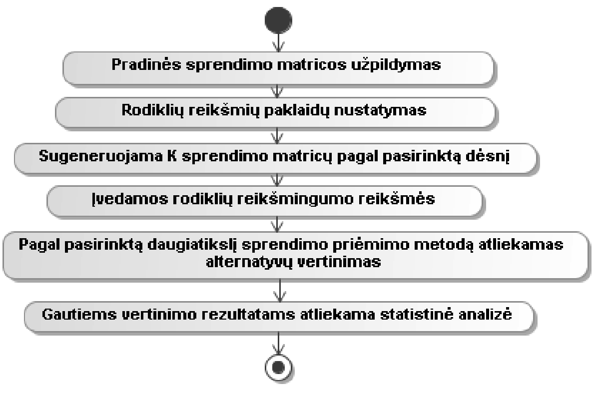
4. Atsižvelgiant į pradinę sprendimo matricą, pagal pasirinktą dėsnį generuojama K sprendimo matricų $X^k_{[m\times n]}, \left(k=\overline{1,K}\right)$, kur m – alternatyvų skaičius, n – rodiklių skaičius.

5. Fiksuojami rodiklių reikšmingumai $q_j, \left(j=\overline{1,n}\right)$, tenkinantys sąlygą: $\sum_{j=1}^{n} q_j = 1$.

6. Pasirenkamas daugiatikslis sprendimo priėmimo metodas.

7. Atitinkamai imant po vieną generuotą matricą ir rodiklių reikšmingumo vektorių, atliekamas alternatyvų racionalumo vertinimas pasirinktu metodu. Skaičiavimo rezultatai pateikiami vektoriais $A^k = \left(a_1^k, a_2^k, \ldots, a_m^k\right), \left(k=\overline{1,K}\right)$, kuriuose alternatyvos išrikiuojamos į prioritetinę eilutę (3) pagal alternatyvoms nustatytus rangus.

8. Galutinis sprendimas ir jo patikimumas nustatomas atlikus alternatyvų rangų ir racionalumo reikšmių statistinę analizę.



1 pav. ***Daugiatikslių sprendimų patikimumo analizės algoritmas***

Statistinių metodų taikymas sprendimo patikimumui įvertinti

Kaip jau buvo minėta, daugiatikslio sprendimo patikimumui nustatyti siūloma taikyti statistinius metodus, kurie aprašyti šiais žingsniais:

1. Pagal gautas alternatyvų racionalumo reikšmes alternatyvoms suteikiamos rangų reikšmės. Nustatoma dažniausiai pasitaikanti rango reikšmė kiekvienai alternatyvai ir apskaičiuojamas tos rango reikšmės pasikartojimų dažnis:

$$p(A_i) = \frac{n_i(l)}{K}\cdot 100\%\,; \qquad (4)$$

čia $p(A_i)$ vadinama alternatyvai A_i priskirto rango l patikimumo lygiu; K – sprendimo matricų skaičius; $n_i(l)$ – alternatyvai A_i dažniausiai pasitaikiusio rango reikšmės l dažnis (Simanaviciene, Ustinovichius, 2010).

2. Nustatoma, kuris pasiskirstymo dėsnis pakankamai gerai reprezentuoja nagrinėjamą imtį; tam formuluojama neparametrinė hipotezė apie stebimo kintamojo pasiskirstymą $F(x)$ ir šiai prielaidai patikrinti skaičiuojama χ^2 suderinamumo kriterijaus reikšmė.

3. Kai nustatoma, kuris pasiskirstymo dėsnis geriausiai reprezentuoja alternatyvų racionalumo reikšmes, skaičiuojami alternatyvų racionalumo reikšmių vidurkių pasikliautinieji intervalai. Jeigu alternatyvų A_i *ir* A_{i+1} vidurkių $\boldsymbol{\mu}_i$ ir $\boldsymbol{\mu}_{i+1}$ pasikliautinieji intervalai (PI) susikerta, t. y.

$$\boldsymbol{P}\ (\mu_i) \cap P\ (\mu_{i+1}) \neq \varnothing, \quad \left(i=\overline{1,m}\right), \qquad (5)$$

daroma išvada, jog teiginys, kad viena iš alternatyvų A_i *ar* A_{i+1} yra racionalesnė už kitą, yra nepatikimas. Priešingu atveju teiginys apie alternatyvų prioritetiškumą yra neabejotinas.

4. Alternatyvų vidurkių pasikliautinųjų intervalų susikirtimo atveju tikrinama hipotezė apie dviejų nepriklausomų imčių vidurkių lygybę. Jeigu nulinė hipotezė priimama, vadinasi, skirtumas tarp alternatyvų racionalumo reikšmių vidurkių yra statistiškai nereikšmingas ir daroma išvada, jog teiginys, kad viena iš lyginamų alternatyvų A_i *ar* A_{i+1} yra racionalesnė

už kitą, yra nepatikimas. Priešingu atveju alternatyvų racionalumo vidurkių reikšmės laikomos statistiškai reikšmingai skirtingomis ir tuomet daroma išvada, jog gautas sprendimas dėl racionaliausios alternatyvos yra neabejotinas.

Daugiatiksliai sprendimo priėmimo metodai SAW ir TOPSIS

Siūlomas daugiatikslio sprendimo patikimumo vertinimo algoritmas buvo pritaikytas daugiatiksliams sprendimo priėmimo metodams SAW ir TOPSIS.

SAW metodo pagrindas yra rodiklių reikšmių ir reikšmingumų sandaugų suma (Hwang, Yoon, 1981). Nustatant varianto racionalumą, atitinkami normalizuotos sprendimo matricos nariai dauginami iš rodiklių reikšmingumų ir gautos sandaugos sumuojamos. Racionalaus varianto sandaugų suma bus maksimali:

$$A = \left\{ A_i \,\middle|\, \max_i \sum_{j=1}^{n} q_j \bar{x}_{ij} \right\} \tag{6}$$

čia q_j – rodiklių reikšmingumai; $\bar{x}_{ij}$ – normalizuotos sprendimo matricos elementai $i = \left(\overline{1,m}\right)$, $j = \left(\overline{1,n}\right)$. Taikant SAW metodą, sprendimo matricos elementai normalizuojami pagal tiesinio normalizavimo formules (Hwang, Yoon, 1981).

TOPSIS metodo pagrindas yra atstumo iki „idealiai geriausios“ alternatyvos (angl. *ideal solution*) (Hwang, Yoon, 1981) Euklido erdvėje skaičiavimas. Atstumas tarp lyginamosios *i*-osios ir „idealiai geriausios“ A^+ alternatyvų nustatomas skaičiuojant atstumą *n*-matėje Euklido erdvėje pagal formulę:

$$L_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \left(q_j \bar{x}_{ij} - a_j^+\right)^2}, \; \left(i = \overline{1,m}\right). \tag{7}$$

Atstumas tarp *i*-osios alternatyvos ir „neigiamai idealios“ alternatyvos A^- (angl. *negative ideal solution*) (Hwang, Yoon, 1981) skaičiuojamas pagal formulę:

$$L_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \left(q_j \bar{x}_{ij} - a_j^-\right)^2}, \; \left(i = \overline{1,m}\right). \tag{8}$$

Taikant TOPSIS metodą, sprendimų matrica $X_{[m \times n]} = \left\{x_{ij}\right\}, \left(i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}\right)$ normalizuojama vektorinės normalizacijos metodu. Galutiniu TOPSIS metodo žingsniu nustatomas kiekvienos *i*-osios alternatyvos santykinis atstumas iki „idealiai geriausios“ alternatyvos:

$$K_i = \frac{L_i^-}{L_i^+ + L_i^-}, i = \overline{1,m}, \text{ kai } K_i \in [0,1]. \tag{9}$$

Kuo K_i reikšmė artimesnė vienetui, tuo *i*-oji alternatyva artimesnė A^+, t. y. racionalus variantas bus tas, kurio K_i reikšmė yra didžiausia (Hwang, Yoon, 1981).

Pavyzdys

Suformuluojamas daugiatikslis sprendimo priėmimo uždavinys, nagrinėjamos trys alternatyvos, kurios vertinamos pagal keturis rodiklius.

1 lentelė. ***Sprendimo lentelė***

	R_1	R_2	R_3	R_4
A_1	50	0,214	571	193
A_2	78	0,213	665	299
A_3	50	0,222	690	191
Max/min	Max	Min	Min	Min

Sprendimo lentelėje (1 lentelė) pateiktos trijų išorinės pastato sienos konstrukcijų alternatyvų (A_1, A_2, A_3) rodiklių (R_1, R_2, R_3, R_4) reikšmės. Čia rodikliai atitinkamai: R_1 – sienų atsparumas šalčiui (ilgaamžiškumas metais); R_2 – sienos šilumos perdavimo koeficientas (W/m^{2}K); R_3 – išorės sienų svoris (m^{2}kg); R_4 – medžiagų kaina įrengti 1 m^2 sienos (Lt/ m^2).

Remiantis statistiniais duomenimis, šių rodiklių reikšmės pakankamai gerai reprezentuojamos normaliuoju skirstiniu. Laikantis šios prielaidos, rodiklių reikšmės generuojamos pagal normalųjį dėsnį, naudojant kiekvieno rodiklio reikšmę kaip vidurkį, o standartiniai nuokrypiai σ_j (j = 1, 2, 3, 4) gaunami skaičiuojant kiekvieno rodiklio reikšmių variacijos koeficientus. Nagrinėjamu atveju: σ_1 = 27 %; σ_2 = 2 %; σ_3 = 10 %; σ= 27 %.

Sugeneruojama po 100 atsitiktinių imčių, kiekvienam sprendimo matricos elementui. Iš gautų imčių sudaroma atitinkamai 100 naujų sprendimo matricų. Tariame, kad rodiklių reikšmingumai yra vienodo dydžio $q_j = 0{,}25$ ($j = 1, 2, 3, 4$).

Šie pradiniai duomenys nuosekliai pateikiami SAW metodui ir kiekvienos sprendimo matricos atžvilgiu nustatoma, kuri alternatyva yra pirmoje prioritetinės eilutės vietoje. Gauti rezultatai rodo, jog racionali alternatyva yra A_1, tačiau pagal statistinės analizės pirmą žingsnį šio teiginio patikimumas yra tik 46 % (pagal (4) formulę) (2 lentelė).

2 lentelė. ***Dažniausiai pasitaikančių rangų reikšmės ir patikimumo lygiai, gauti taikant SAW metodą***

Alternatyva	*A1*	*A2*	*A3*
Dažniausiai pasitaikanti rango reikšmė	1	2	3
Patikimumo lygis	46 %	42 %	52 %

Norint išsamiau nustatyti sprendimo patikimumą, atliekama statistinė racionalumo reikšmių analizė:

- Tikrinama neparametrinė hipotezė apie alternatyvų racionalumo reikšmių imties empirinio skirstinio suderinamumą su normaliuoju skirstiniu. Gauta, jog empirinis skirstinys yra suderinamas su teoriniu normaliuoju skirstiniu. Analogiškos išvados galioja ir alternatyvų A_2, bei A_3 rezultatams.
- Skaičiuojami alternatyvų racionalumo reikšmių vidurkių pasikliautinieji intervalai Apskaičiavus šiuos intervalus gauta, jog alternatyvų A_1 ir A_2 racionalumo reikšmių vidurkių pasikliautinieji intervalai nesusikerta. Tai leidžia daryti išvadą, jog alternatyvų rangavimas yra patikimas. Kitaip yra su alternatyvų A_2 ir A_3 racionalumo reikšmių vidurkių pasikliautinaisiais intervalais, kurie susikerta. Tai rodo, jog yra alternatyvų racionalumo reikšmių, kurios patenka ir į antro rango intervalą, ir į trečio rango intervalą. Tokia situacija sudaro rezultatų nepatikimumo prielaidą. Skaičiavimo išvadas galima matyti stačiakampių diagramoje (2 pav., a).
- Formuluojamos hipotezės apie dviejų nepriklausomų atsitiktinių dydžių vidurkių μ_1 ir μ_2 lygybę bei vidurkių μ_2 ir μ_3 lygybę, kai dispersijos nelygios ir nežinomos. Palyginus skaičiuotą statistikos t reikšmę su Stjudento skirstinio kritine reikšme $t_{\frac{\alpha}{2},(k)} = t_{0,025(200)} = 1{,}972$, daromos išvados: alternatyvų A_1 ir A_2 racionalumo reikšmių vidurkiai skiriasi statistiškai reikšmingai, o alternatyvų A_2 ir A_3 racionalumo reikšmių vidurkių skirtumas statistiškai nereikšmingas.

Su tais pačiais pradiniais duomenimis buvo atlikti skaičiavimai TOPSI metodu. Gauti rezultatai rodo, jog racionaliausia alternatyva yra A_1, tačiau šio teiginio patikimumas yra tik 45 % (3 lentelė).

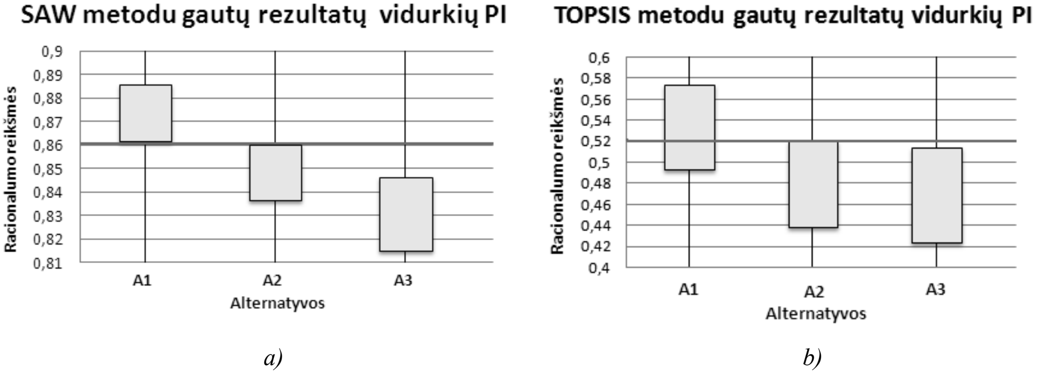
3 lentelė. ***Dažniausiai pasitaikančių rangų reikšmės ir patikimumo lygiai, gauti taikant TOPSIS metodą***

Alternatyva	*A1*	*A2*	*A3*
Dažniausiai pasitaikanti rango reikšmė	2	3	3
Patikimumo lygis	45 %	41 %	38 %

Patikrinus neparametrines hipotezes apie alternatyvų racionalumo reikšmių imties empirinio skirstinio suderinamumą su normaliuoju skirstiniu gauta, jog alternatyvų A_1, A_2 ir A_3 racionalumo reikšmių imties empirinis skirstinys yra suderinamas su teoriniu normaliuoju skirstiniu.

Apskaičiavus racionalumo reikšmių vidurkių pasikliautinuosius intervalus gauta, jog alternatyvų A_1 ir A_2 bei A_2 ir A_3 racionalumo reikšmių vidurkių pasikliautinieji intervalai susikerta, todėl daroma išvada, jog alternatyvų rangavimas yra nepatikimas. Gautos išvados vaizduojamos stačiakampių diagrama (2 pav., b).

Suformulavus ir patikrinus hipotezes apie dviejų nepriklausomų atsitiktinių dydžių vidurkių μ_1 ir μ_2 lygybę bei vidurkių μ_2 ir μ_3 lygybę, kai dispersijos nelygios ir nežinomos, daroma išvada: alternatyvų A_1 ir A_2 bei alternatyvų A_2 ir A_3 racionalumo reikšmių, gautų TOPSIS metodu, vidurkių skirtumai statistiškai nereikšmingi.



2 p a v. a ir 2 p a v. b. ***Racionalumo reikšmių vidurkių pasikliautinieji intervalai, gauti a) SAW ir b) TOPSIS metodais***

Išvados

Vienos metodikos, kuria būtų galima įvertinti daugiatikslio sprendimo patikimumą rodiklių reikšmingumų ir rodiklių reikšmių atžvilgiu, nagrinėtoje literatūroje neaprašyta.

Šiame darbe pasiūlytas algoritmas, skirtas daugiatikslių sprendimų patikimumui įvertinti, pagrįstas atsitiktinių skaičių generavimu ir statistiniais metodais. Atlikus eksperimentinius skaičiavimus SAW ir TOPSIS metodais, gauti rezultatai parodė:

1. Jeigu pradiniai duomenys yra generuojami pagal normalųjį dėsnį, tai sprendimo rezultatai bus pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį nepriklausomai, ar sprendimų matricos normalizacija tiesinė, ar vektorinė.
2. Esant gretimų alternatyvų racionalumų vidurkių pasikliautinųjų intervalų susikirtimui, galima tvirtinti, jog teiginiai apie alternatyvų rangus yra nepatikimi. Tokią išvadą patvirtina ir parametrinės hipotezės apie gretimų alternatyvų racionalumo reikšmių vidurkių lygybę.
3. Tiek vidurkių pasikliautinieji intervalai, tiek parametrinės hipotezės apie vidurkių lygybę parodė, jog rodiklių reikšmių paklaidų atžvilgiu SAW metodu gauti rezultatai yra patikimesni nei TOPSIS metodu.

Apibendrinant galima teigti, jog šie trys statistiniai metodai: neparametrinės hipotezės formulavimas ir tikrinimas, pasikliautinųjų intervalų skaičiavimas ir jų susikirtimo tikrinimas bei hipotezės apie nepriklausomų imčių vidurkių lygybę tikrinimas, yra tinkami daugiatikslių sprendimų patikimumui įvertinti.

LITERATŪRA

AUGHENBAUGH, J. M.; HERRMANN, J. W. (2009) Reliability-Based Decision-Making: A Comparison of Statistical Approaches. *Journal of Statistical Theory and Practice*, vol. 3(1), p. 289–304.

BALLI, S.; KORUKOGLU, S. (2009). Operating system selecting using fuzzy AHP and TOPSIS methods. *Mathematical and Computational Applications* vol. 14(2), p. 119–130.

BIROLINI, A. (2010). *Reliability Engineering. Theory and Practice*. 6th ed. Berlin: Springer. 610 p.

CHEN, T. Y. (2012). Comparative analysis of SAW and TOPSIS based on interval-valued fuzzy sets: Discussions on score functions and weight constraints. *Expert Systems with Applications*, vol. 39(2), p. 1848–1861.

HWANG, C. L.; YOON K. (1981). *Multiple attribute decision making – methods and applications. A State of the Art Surwey.* Berlin–Heidelberg–New York: Springer Verlag. 250 p.

LIU, P. (2010). Multi-attribute decision-making method research based on interval vague set and

TOPSIS method. *Technological and Economic Development of Economy*, vol. 15(3), p. 453–463.

MUN, J. (2006). *Modeling Risk: Applying Monte Carlo Simulation, Real Options Analysis, Stochastic Forecasting, and Optimization*. ISBN 0471789003. 610 p.

PYY, P. (2000). An Approach for assessing human decision reliability. *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 68, p. 17–28.

PODVEZKO, V. (2005). Ekspertų įverčių suderinamumas. *Technological and Economic Development of Economy* [Ūkio technologinis ir ekonominis vystymas], vol. 9(2), p. 101–107.

SAATY, T. L. (1980). *The Analytic Hierarchy Process*. New York: M.Graw-Hill.

SALTELLI, A.; CHAN, K; SCOTT, E. M. (2000). S*ensitivity analysis*. John Wiley & Sons, Ltd. 475 p. ISBN-10: 0-471-99892-3.

SIMANAVICIENE, R.; USTINOVICHIUS, L. (2010). Sensitivity Analysis for Quantitative Decision Making Methods: TOPSIS and SAW. In: *Proc. of the 16th International Conference on Information and Software Technologies (IT 2010),* April 21th–23th 2010, Kaunas, Lithuania. ISSN 2029-0020 (ISSN 2029-0063), p. 33–38.

ZAVADSKAS, E. K.; KAKLAUSKAS, A.; TURSKIS, Z.; TAMOSAITIENE, J. (2009). Multi-Attribute Decision-Making Model by Applying Grey Numbers. *Informatica*, vol. 20(2), p. 305–320.

APPLICATION OF STATISTICAL METHODS TO ASSESS THE RELIABILITY OF THE MULTIPLE ATTRIBUTES DECISIONS

Rūta Simanavičienė

S u m m a r y

Decisions making in many social, investment in construction, medical and other fields are transforming into the multiple attributes decision making problems, which are solved by the multiple attributes decision making methods. Often the multiple attributes decision making involved some uncertainty, conditioned by various reasons both objective and subjective. Consequently, the question arises “Is the final decision reliable?”. The above-mentioned reasons motivate us to search the way of evaluating the reliability of the multiple attributes decision. The objective of this manuscript is to apply the statistical methods in the evaluation of reliability of the multiple attributes decision. The statistical methods used in this manuscript are: 1) nonparametric hypothesis on the sample of results; 2) parametric hypothesis on the averages of the result sample; 3) calculation of the confidence interval of averages of the result sample. The authors have proposed the algorithm for evaluating the reliability of multiple attribute decisions.