

MATEMATINIŲ METODŲ TAIKYMAS PROGNOZUOJANT ĮMONĖS FINANSINIUS REZULTATUS

Judita Urbonaitė

Magistrantė

Kauno technologijos universiteto Ekonomikos ir vadybos fakulteto

Vadybos katedra/Ekonomikos ir tarptautinės prekybos katedra

El. paštas: Urbonaite.Judita@gmail.com

Milda Kveksienė

Lektorė

Klaipėdos valstybinės kolegijos

Finansų ir apskaitos katedra

El. paštas: M.Kveksiene@kvk.lt

Straipsnyje nagrinėjamas matematinių metodų patikimumas prognozuojant įmonių finansinius rezultatus. Daugiausia dėmesio skiriama - tiesiniam trendui, eksponentinio išlyginimo metodui ir antrojo laipsnio polinominiam trendui. Šie metodai plačiausiai naudojami praktikoje. Norint atlikti kuo tikslesnę prognozę, reikalinga įvertinti kelerių metų finansinių rodiklių pasikeitimus. Apskaičiavus pardavimo pajamų, bendrojo pelno ir grynojo pelno prognozes, įvertinamos paklaidos, kurios padeda išrinkti tinkamiausius metodus prognozei.

Reikšmingi žodžiai: *eksponentinis išlyginimas, ekstrapoliacija, koreliacija, regresija, trendas.*

Įvadas

Šiuolaikinėje nuolat kintančioje aplinkoje įmonėms išsilaikyti rinkoje vis sudėtingiau. Norint sėkmingai ne tik konkuruoti, bet ir bendradarbiauti su Lietuvos ir užsienio įmonėmis, būtina gebėti tiksliai ir teisingai įvertinti įmonės finansinę būklę. Verslininkui, norinčiam užtikrinti ilgą ir sėkmingą įmonės gyvavimą, reikia nuolat kokybiškai ir sistemingai analizuoti įmonės finansinius rezultatus, priimti pagrįstus investicinius ir finansinius sprendimus. Šių sprendimų priėmimui neužtenka tik analizuoti, bet reikia ir prognozuoti. Įmonės finansiniai sprendimai dažniausiai yra siejami su ateities įvykiais ir remiasi prognostine informacija. Remiantis finansinėmis prognozėmis, galima sudarinėti ateities planus, priiminėti teisingus sprendimus, o esant neigiamiems požymiams, imtis priemonių jų likvidavimui. Vadinasi, įmonės finansinių rezultatų analizė ir jų prognozavimas yra aktualus visiems rinkos dalyviams, nes kiekvienos įmonės tikslas yra siekti kuo geresnių finansinių rezultatų.

Priimdama įvairius finansinius sprendimus, ne reta įmonė remiasi paviršutiniškėmis prognozėmis, nepagrįsdama jų matematiškai.

Tyrimo objektas – AB „Klaipėdos vanduo“ finansinių rezultatų prognozavimas.

Tyrimo tikslas – atlikti AB „Klaipėdos vanduo“ finansinių rezultatų prognozę, taikant matematinius metodus.

Tyrimo metodai – mokslinės literatūros lyginamoji analizė, AB „Klaipėdos vanduo“ duomenų lyginamoji analizė, loginis metodas, grafinis metodas, matematiniai metodai: tiesinis ir antrojo laipsnio polinominis bei eksponentinio glodinimo metodai.

1. Finansinių rezultatų prognozavimo būtinumas

Norint įvertinti įmonės padėtį ir galimybes, nepakanka stebėti praeities rezultatus, t.y. atlikti jų analizę. Naudinga prognozuoti ir ateities rezultatus, kadangi jie atskleidžia tikėtinus rodiklių pasikeitimus po kelerių metų. Taip galima apsaugoti nuo netikėtų neigiamų rezultatų.

Pasak G. Kancerevyčiaus (2009), finansinis prognozavimas apima firmos ateities finansavimo poreikių ir prognozuojamų ataskaitų įvertinimą bei projektavimą. V. Aleknevičienės (2011) nuomone, finansinis prognozavimas yra finansinių ataskaitų tikėtinų duomenų numatymas ateityje. A. Pabedinskaitė (2005) teigia, kad prognozavimas yra neatsiejama valdymo sprendimų dalis ir gali padėti numatyti daugelį būsimų aspektų verslo operacijoms. L. Juozaitienė (2008) įvardija, kad finansinis prognozavimas kartais vadinamas finansiniu modeliavimu. Apibendrinus autorių nuomones, galima teigti, kad autoriai skirtingai interpretuoja šią sąvoką. Vieni ją labiau sieja su valdymo sprendimais, o kiti - su finansinėmis ataskaitomis. A. Kyobe, S. Danninger (2005) teigia, kad praktinis pajamų prognozavimo supratimas yra labai svarbus vertinant biudžetus ir valdant finansinius procesus.

Pasak L. Juozaitienės (2008), svarbiausias finansinio prognozavimo tikslas – numatyti įmonės finansinę būklę, rengti finansines prognozes ataskaitas ir įvertinti finansavimo poreikį ateityje.

S. Motuzienė, A. Kurlavičius (2006) akcentuoja, kad matematiniai – statistiniai metodai yra labai svarbūs. Jie apima prognozavimą, kainų prognozės koreliaciją ir pan. Šiuos metodus verta naudoti, kadangi jie nereikalauja didelių laiko ir darbo išteklių.

V. Aleknevičienė (2011) teigia, kad finansinis prognozavimas gali būti atliekamas remiantis viena iš prielaidų: nekeičiant santykinų rodiklių arba keičiant santykinus rodiklius. Jos nuomone, kai įmonės finansinė būklė nekelia mokumo, stabilumo, efektyvumo ar pelningumo problemų, tada jos vadovai finansus prognozuoja darydami prielaidą, kad prognozuojami santykiniai rodikliai nesikeis. Priešingu atveju, siekiant pagerinti įmonės finansinę būklę, prognozuojami santykiniai rodikliai neišvengiamai keisis.

2. Matematinų metodų įvairovė ir parinkimas prognozei

A. Pabedinskaitė (2005) prognozavimo metodus skirsto į kiekybinius ir kokybinius. Kokybinius metodus sudaro vadovų įvertinimai, pardavimo darbuotojų

įvertinimai, vartotojų apklausos ir Delphi metodas. Kiekybiniai metodai skaidomi į priežastinius metodus (porinė ir daugianarė regresija) ir į laiko eilutes.

Labai paplitę metodai yra laiko eilutės, kurie plačiai apibūdinami įvairioje literatūroje. W.A. Woodward ir kt. (2011) teigia, kad laiko eilutės yra specialaus tipo tikimybinis procesas. Pasak A. Pabedinskaitės (2005), laiko eilutės yra sutvarkyti praeities duomenys. Laiko eilutė yra einančių vienas po kito per tam tikrą laiką stebėjimų seka. G. E. P. Box ir kt. (2008) teigia, kad laiko eilutė yra iš nuoseklių stebėjimų gauta skaičių seka. V. Boguslauskas (2007) apibrėžia laiko eilutės sąvoką, kaip rinkinį atsitiktinio kintamojo X reikšmių. V. Rutkauskas, P. Stankevičius (2004) išskiria panašius laiko eilučių metodus, t. y. tendencijų analizę, slenkantį vidurkį, eksponentinį išlyginimą ir „Box – Jenkins“ metodą. Pasak T. C. Mills ir kt. (2008), laiko eilutės svarbios atliekant ilgalaikio turto įkainojimo empirinius tyrimus, todėl jos gali būti naudojamos labai plačiai.

V. Rutkauskas, P. Stankevičius (2004) išskiria tendencijų analizę ir skaido ją į tris būdus: nuoseklųjį sudėtinį augimo įvertinimą, nuoseklojo vidurkio augimo įvertinimo metodą ir regresinį metodą. Pasirinkus nuoseklųjį sudėtinį augimo įvertinimo metodą, galima apskaičiuoti prognozuojamus dydžius, parenkant tam tikrą metų skaičių ir įvertinant sudėtinio augimo rodiklį, einantį nuo vieno taško iki kito. Nuosekliojo vidurkio augimo įvertinimo metodu prognozuojamos reikšmės apskaičiuojamos panašiai įvertinant vidurkio augimą. Regresinio metodo esmė – priežastinių kintamųjų nustatymas ir regresinės lygybės, remiantis istoriniais duomenimis, įvertinimas.

Atliekant prognozavimą bus naudojama trendo prognozė. A. Pajuodis (2006) teigia, kad būtent trendo ekstrapoliacija praktikoje laikoma labiausiai paplitusiu kiekybinio prognozavimo metodu. Ši prognozė remiasi tuo, kad praeityje stebėtos prognozuojamų parametrų reikšmės ir ateityje galios, sąmoningai atsisakoma trendo priežasčių analizės, o prognozuojama reikšmė apskaičiuojama pratęsiant praeities duomenų eilutę. Prognozė atliekama tokiais etapais:

1. Duomenų surinkimas ir grafinis pavaizdavimas.
2. Funkcijos tipo nustatymas.
3. Trendo funkcijos apskaičiavimas.
4. Trendo funkcijos vertinimas.
5. Prognozuojamų rodiklių ekstrapoliavimas.

Paprasčiausia trendo funkcija yra tiesinis trendas. Ji užrašoma taip (Martišius ir kt., 2010):

$$\tilde{y} = a + bt \quad (1)$$

čia - a , b – tiesinės regresijos lygties koeficientai,

t – metų eilės numeris,

\tilde{y} – aplyginta faktinė reikšmė, apskaičiuota pagal trendo funkciją.

Koeficientai a ir b apskaičiuojami pagal formules:

$$b = \frac{n \sum (t \cdot y_t) - \sum t \cdot \sum y_t}{n \sum t^2 - (\sum t)^2}; \quad (2)$$

$$a = \frac{1}{n} (\sum y_t - b \sum t); \quad (3)$$

čia - n – laikotarpių skaičius,

y_t – ieškomasis kintamasis t laikotarpiu.

Antrojo laipsnio polinominės (parabolės) trendo funkcijos išraiška:

$$\hat{y} = a + bx + cx^2 \quad (4)$$

Koeficientai a, b ir c apskaičiuojami išsprendus lygčių sistemą:

$$\begin{cases} an + b \sum x + c \sum x^2 = \sum y \\ a \sum x + b \sum x^2 + c \sum x^3 = \sum xy \\ a \sum x^2 + b \sum x^3 + c \sum x^4 = \sum x^2 y \end{cases} \quad (5)$$

čia - x = t – metų eilės numeris,

a, b, c – polinominės lygties koeficientas.

Ekonominės analizės praktikoje plačiai taikomi eksponentiniai duomenų glotninimo metodai. Dažniausiai jie naudojami trumpalaikėms prognozėms gauti, o jų pranašumas, atliekant skaičiavimus, leidžia atsižvelgti į ekonominės informacijos senėjimą. Eksponentinio glotninimo esmė ta, kad senesnio laikotarpio duomenims suteikiamas pastoviai mažėjantis svoris (Martišius ir kt., 2010).

Pagrindinė eksponentinio išlyginimo modelio lygtis užrašoma taip:

$$S_t = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1} \quad (6)$$

Glotninimo koeficientas gali įgauti reikšmes nuo nulio iki vieneto.

Pirmiausia, atliekant prognozavimą, yra apskaičiuojamas determinacijos koeficientas R^2 . Santykinė nuo regresijos priklausančių nuokrypių kvadratų dalis bendroje sumoje yra determinacijos koeficientas R^2 , tai regresijos lygties patikimumo rodiklis (Pabedinskaitė, 2005). Laikoma, kad trendo lygtis tinka prognozavimui, kai determinacijos koeficientas didesnis nei 25 proc. Praktinėje dalyje bus skaičiuojamos šios paklaidos:

1. Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida:

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t}}{n} = \frac{\sum \left| \frac{e_t}{y_t} \right|}{n}; \quad (7)$$

A. Pabedinskaitė (2005) teigia, kad šis rodiklis įvertina paklaidos dydį, palyginti su laiko eilutės reikšmėmis. V. Boguslauskas (2007) pateikia tokią šios paklaidos vertinimo sistemą (1-oji lentelė):

1 lentelė. Prognozavimo tikslumo nustatymas

MAPE %	Prognozavimo tikslumas
<10	Labai tikslus
10-20	Tikslus
20-50	Pakankamas
>50	Nepakankamas

Šaltinis. Sudaryta remiantis Boguslauskas, 2007.

Žinant šią paklaidą, toliau skaičiuojama vidutinė procentinė absoliutinė paklaida.

2. Vidutinė procentinė absoliutinė paklaida:

$$MPE = \frac{1}{n} \sum \frac{y_i - \tilde{y}}{y_i}; \quad (8)$$

Pasak S. A. Martišiaus, V. Kėdaičio (2010), jei MPE rodiklis artimas nuliui, poslinkio nėra. Jei jis neigiamas, tai prognostiniai įverčiai didesni, jeigu teigiamas, prognostiniai įverčiai sumažinti.

Prognozei svarbu nustatyti intervalą, kuriame kinta prognozuojamo kintamojo duomenys. Nustatant prognozavimo intervalą reikia rasti standartinę regresijos paklaidą S_r , kuri apskaičiuojama pagal formulę (Martišius, 2010, 359 p.):

$$S_r = \sqrt{\frac{\sum y_i^2 - a \sum y_i - b \sum ty_i}{n - 2}}; \quad (9)$$

čia - a, b – tiesinės regresijos lygties koeficientai;
n – laikotarpių skaičius.

Standartinė prognozės paklaida apskaičiuojama pagal formulę:

$$S_{\tilde{y}_t} = \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(\varphi + \frac{n-1}{2}\right)^2}{\sum t^2 - \frac{(\sum t)^2}{n}}}; \quad (10)$$

čia - φ – prognozuojamų metų eilės numeris;
n – laikotarpių skaičius.

Apskaičiavus standartinę prognozės paklaidą, galima nustatyti prognozavimo ribas: $\pm 3S_{\tilde{y}_{t+\varphi}}$; $\pm 2S_{\tilde{y}_{t+\varphi}}$; $\pm S_{\tilde{y}_{t+\varphi}}$; (11)

Apibendrinus prognozavimo sąvoką ir jo metodus, galima teigti, kad prognozavimas yra siejamas su valdymo sprendimais ir finansinėmis ataskaitomis. Prognozavimo metodų yra labai daug, tačiau norint teisingai atlikti prognozes, reikia apskaičiuoti paklaidas ir tada pasirinkti tikslesnius metodus.

Apibendrinus finansinių rezultatų prognozavimo teorinius principus galima teigti, kad finansinių rezultatų prognozavimas apima tiek veiklos analizę, tiek prognozavimą. Atlikus išsamią pelno (nuostolių) ataskaitos analizę, bus prognozuojamos pardavimo pajamos, bendrasis pelnas ir grynasis pelnas.

3. AB „Klaipėdos vanduo“ finansinių rezultatų prognozavimas

Prognozavimui pasirinkti pagrindiniai pelno (nuostolių) ataskaitos finansiniai rodikliai: pardavimo pajamos, bendrasis pelnas ir grynasis pelnas. Bus naudojamos šios trendo funkcijos: tiesinė ir antrojo laipsnio polinominė bei eksponentinio glotninimo metodas. Po atliktos prognozės skirtingais metodais palyginama ir nustatoma, kuris prognozavimo būdas geriausiai atspindi pajamų, bendrojo pelno ir grynojo pelno kitimo tendencijas.

Pardavimo pajamų prognozavimas tiesinio trendo funkcija

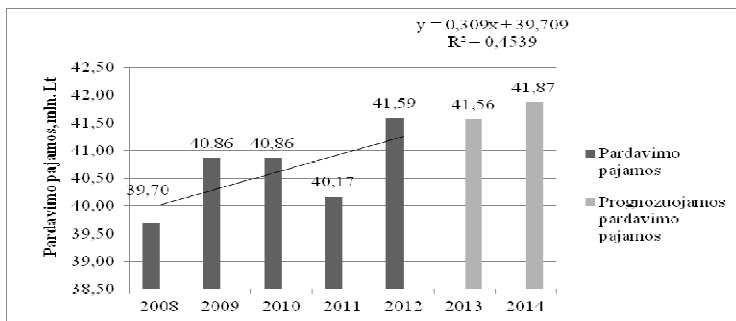
Vienas iš pagrindinių pelno (nuostolių) ataskaitos rodiklių yra pardavimo pajamos. Prognozei naudojami AB „Klaipėdos vanduo“ 2008 – 2012 metų pelno (nuostolių) ataskaitų duomenys.

2 lentelė. Pardavimo pajamų tiesinio trendo funkcijos koeficientų apskaičiavimas

Metai	Pardavimo pajamos mln. Lt, yt	t	t ²	t*yt	ȳt	yt-ȳt	(yt-ȳt) ²
2008	39,70	1	1	39,70	40,02	-0,32	0,10
2009	40,86	2	4	81,72	40,33	0,53	0,28
2010	40,86	3	9	122,58	40,64	0,22	0,05
2011	40,17	4	16	160,68	40,95	-0,77	0,60
2012	41,59	5	25	207,95	41,25	0,34	0,11
Iš viso	203,18	15	55	612,63	203,18	0,00	1,15

Šaltinis: sudaryta autorių remiantis AB „Klaipėdos vanduo“ duomenimis.

Iš 2-osios lentelės duomenų matyti, kad 2008 – 2010 metais pardavimo pajamos didėjo. Lyginant 2011 metų rezultatus su 2010 metų, jos sumažėjo 1,7 proc., o 2012 metais pakilo 3,5 proc., lyginant su 2011 metų. Atlikus grafinę analizę su Ms Excel programa bei įvertinus determinacijos koeficientus, prognozei parinkti du metodai: antrojo laipsnio polinominė trendo funkcija ir tiesinis trendas. Pateikti duomenys 2-ojoje lentelėje reikalingi tam, kad būtų galima apskaičiuoti trendo funkcijos a ir b koeficientus, kuriais pasinaudojus atliekamas prognozavimas. Pagal 2-ojoje lentelėje gautus rezultatus sudaroma tiesinės regresijos lygtis $y=0,309t+39,709$.



1 pav. Pardavimo pajamų prognozės tiesinis trendas
(Sudaryta autorių remiantis AB „Klaipėdos vanduo“ duomenimis)

Iš 1-ojo paveikslo matyti, kad prognozuojamos pardavimo pajamos 2013 metais sudarys vidutiniškai 41,56 mln. Lt. Gautas determinacijos koeficientas R^2 yra 0,4539 ir jis parodo, kad regresijos lygtis paaiškina 45,39 proc. priklausomo kintamojo dispersijos. Šis koeficientas pakankamas tikslumui įvertinti, kadangi laikoma, kad trendo lygtis tinka prognozavimui, kai determinacijos koeficientas didesnis nei 25 proc. Toliau apskaičiuojama vidutinė absoliutinė procentinė paklaida ir vidutinė procentinė paklaida, kad būtų išsiaiškinta, ar šis metodas tinkamas. Apskaičiavus gauta, kad paklaidos yra:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum \frac{|y_t - \hat{y}|}{y_t} = \frac{1}{5} \cdot 0,05 = 0,010782$$

$$MPE = -0,00014.$$

Kaip matyti iš gautų rezultatų, vidutinė absoliutinė procentinė paklaida (MAPE) – 1,08 proc.. Kadangi apskaičiuota paklaida ženkliai mažesnė nei 10 proc., galima teigti, kad surasta tiesinio trendo lygtis tiksliai atspindi dinamikos eilutės kitimo tendenciją bei gali būti naudojama prognozavimui. MPE yra artimas nuliui, tai poslinkio nėra, t. y. prognostiniai įverčiai ir tikrieji duomenys beveik nesiskiria.

Pardavimo pajamų prognozavimas antrojo laipsnio polinominė trendo funkcija

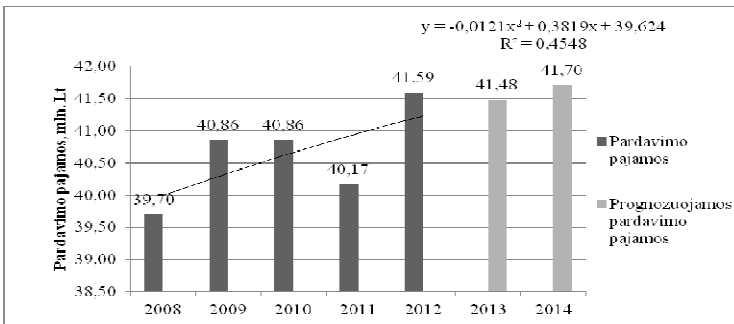
Siekiant parengti tikslesnes prognozes 2013 ir 2014 metams yra taikoma antrojo laipsnio polinominė trendo funkcija. 3-ojoje lentelėje pateikti polinominės trendo funkcijos skaičiavimai, kurie reikalingi trendo funkcijos koeficientams surasti.

3 lentelė. Pardavimo pajamų antrojo laipsnio polinominės trendo funkcijos apskaičiavimas

Metai	Pardavimo pajamos, mln. Lt ; yt	t	t ²	t ³	t ⁴	t*yt	t ² yt	yt	yt-yt̄	(yt-yt̄) ²
2008	39,70	1	1	1	1	39,70	39,70	39,99	-0,29	0,09
2009	40,86	2	4	8	16	81,72	163,44	40,34	0,52	0,27
2010	40,86	3	9	27	81	122,58	367,74	40,66	0,20	0,04
2011	40,17	4	16	64	256	160,68	642,72	40,96	-0,79	0,62
2012	41,59	5	25	125	625	207,95	1039,75	41,23	0,36	0,13
Iš viso	203,18	15	55	225	979	612,63	2253,35	203,18	0,00	1,15

Šaltinis: sudaryta autorių remiantis AB „Klaipėdos vanduo“ duomenimis.

Naudojantis lentelės duomenimis bei išsprendus lygčių sistemą, gaunami polinomo koeficientai: $c = -0,01$; $b = 0,38$; $a = 39,62$. Parabolės užrašyta lygtis yra $y = -0,0121 t^2 + 0,3819 t + 39,624$.



2 pav. Pardavimo pajamų prognozės antrojo laipsnio polinominis trendas
(Sudaryta autorių remiantis AB „Klaipėdos vanduo“ duomenimis)

Iš diagramos matyti, kad determinacijos koeficientas $R^2 = 0,4548$. Taigi regresijos lygtis paaiškina 45,48 proc. pajamų duomenų išsibarstymą apie vidurkį, o tai rodo, kad polinominė trendo funkcija pakankamai tiksliai apibūdina duomenis, o parinkta funkcija tinka prognozavimui. Prognozuojamos pardavimo pajamos 2013 metais sumažėtų iki 41,48 mln. Lt, o 2014 metais išaugtų iki 41,70 mln. Lt.

Prognozavimo tikslumui įvertinti apskaičiuotos paklaidos yra lygios:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t} = \frac{1}{5} \cdot 0,05 = 0,010658$$

$$MPE = -0,00014.$$

Rezultatai parodė, kad vidutinė absoliutinė procentinė paklaida (MAPE) yra mažesnė nei 10 proc., ir tai reiškia, kad antrojo laipsnio polinominė trendo lygtis tiksliai atspindi dinamikos eilutės kitimo tendenciją, ir ji gali būti naudojama prognozavimui. MPE yra artimas nuliui, tai poslinkio nėra, t. y. prognostiniai įverčiai ir tikrieji duomenys beveik nesiskiria.

4 lentelė. Pajamų prognozavimas 2013 ir 2014 metams (mln. Lt)

Prognozuojami metai	Prognozuojamų metų eilės Nr.	Prognozinė vidutinė reikšmė \hat{y}_t	$S_{\hat{y}_t}$	95 % Kitimo intervalas	
				Apatinė riba	Viršutinė riba
Antrojo laipsnio polinominė trendo funkcija					
2013	6	41,48	0,90	39,69	43,27
2014	7	41,70	1,03	39,63	43,77
Tiesinio trendo funkcija					
2013	6	41,56	0,55	40,45	42,67
2014	7	41,87	0,64	40,59	43,15

Šaltinis: sudaryta autorių remiantis AB „Klaipėdos vanduo“ duomenimis.

Rezultatai parodė, kad standartinė pasikliautinumo intervalo paklaida (S_r) = 0,62, o žinant standartinę paklaidą apskaičiuota prognozės paklaida lygi 0,90 mln. Lt. 4-ojoje lentelėje pateiktos prognozuojamų pajamų 2013 – 2014 metų kitimo ribos. Pagal sudarytą regresijos lygtį 2013 metais pajamų reikšmė bus $\tilde{y}_6 = 41,48$.

Atlikus pajamų prognozavimą pagal antros eilės polinominio trendo lygtį, galima numatyti, kad AB „Klaipėdos vanduo“ pardavimo pajamos 2013 metais nežymiai mažės, o 2014 metais vėl didės.

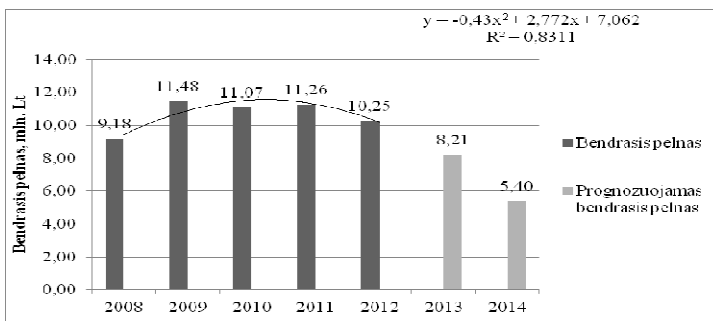
Bendrojo pelno prognozavimas antrojo laipsnio polinominė trendo funkcija

Kaip matyti iš 5-osios lentelės, bendrasis pelnas analizuojamu laikotarpiu turėjo netolygią augimo tendenciją. Atlikus grafinę analizę su Ms Excel programa ir įvertinus determinacijos koeficiento reikšmę, parinkta trendo lygtis, kuri geriausiai aprašo duomenis. 5-ojoje lentelėje yra pateikti polinominės trendo funkcijos skaičiavimai. Pasinaudojus lentelės duomenimis, išsprendus lygčių sistemą, gaunami polinomo koeficientai: $c = -0,43$; $b = 2,77$; $a = 7,06$. Parabolės užrašyta lygtis yra $y = -0,43 t^2 + 2,77 t + 7,06$. Pasinaudojus šia lygtimi, bendrojo pelno prognozė pateikiama 3 paveiksle.

5 lentelė. Bendrojo pelno antrojo laipsnio polinominės trendo funkcijos koeficientų skaičiavimas

Metai	BP, mln. Lt; yt	t	t ²	t ³	t ⁴	t*yt	t ² yt	yt	yt-ŷt	(yt-ŷt) ²
2008	9,18	1	1	1	1	9,18	9,18	9,40	-0,22	0,05
2009	11,48	2	4	8	16	22,96	45,92	10,89	0,59	0,35
2010	11,07	3	9	27	81	33,21	99,63	11,51	-0,44	0,19
2011	11,26	4	16	64	256	45,04	180,16	11,27	-0,01	0,00
2012	10,25	5	25	125	625	51,25	256,25	10,17	0,08	0,01
Iš viso	53,24	15	55	225	979	161,64	591,14	53,24	0,00	0,60

Šaltinis: sudaryta autorių remiantis AB „Klaipėdos vanduo“ duomenimis.



3 pav. Bendrojo pelno prognozės antrojo laipsnio polinominis trendas
(Sudaryta autorių remiantis AB „Klaipėdos vanduo“ duomenimis)

Prognozavimo tikslumui įvertinti apskaičiuotos paklaidos yra lygios:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i} = \frac{1}{5} \cdot 0,12 = 0,024841$$

$$MPE = -0,00110.$$

Paklaida MAPE yra mažesnė nei 10 proc. Galima teigti, kad surasta antrojo laipsnio polinominė trendo lygtis labai tiksliai atspindi dinamikos eilutės kitimo tendenciją, ir todėl ji gali būti naudojama prognozavimui. MPE kaip ir nagrinėtai atvejais yra artimas nuliui, tai poslinkio nėra, t. y. prognostiniai įverčiai ir tikrieji duomenys beveik nesiskiria.

Standartinė pasikliautinumo intervalo paklaida (S_r) = 0,4476. Prognozės paklaida 2013 metams lygi 0,65 mln. Lt. 6-ojoje lentelėje pateiktas pelno prognozavimas 2013 ir 2014 metams bei jo kitimo ribos.

6 lentelė. Bendrojo pelno prognozavimas 2013 ir 2014 metams (mln. Lt)

Prognozuojami metai	Prognozuojamų metų eilės Nr.	Prognozė vidutinė reikšmė \hat{y}_t	$S_{\hat{y}_t}$	95% Kitimo intervalas	
				Apatinė riba	Viršutinė riba
2013	6	8,21	0,65	6,92	9,51
2014	7	5,40	0,75	3,90	6,89

Šaltinis: sudaryta autorių remiantis AB „Klaipėdos vanduo“ duomenimis.

Kaip matyti iš rezultatų, 6-ojoje lentelėje tiek 2013, tiek 2014 metais bendrasis pelnas mažės.

Bendrojo pelno prognozavimas eksponentinio išlyginimo metodu

Eksponentinio glotninimo modelių pagrindinė dinamikos išraiškos forma yra matematinė formulė: $S_t = \alpha y_t + (1 - \alpha) S_{t-1}$. Kadangi bendrojo pelno dinamikos eilutė nėra pakankamai tolygi, todėl parenkama mažesnė glotninimo koeficiento reikšmė $\alpha = 0,1$, tai $S_1 = y_1 = 482,63$.

7 lentelė. Bendrojo pelno faktinės ir prognostinės reikšmės eksponentinio glotninimo metodu

Metai	Bendrasis pelnas mln Lt y_t	t	$S_t(\alpha=0,1)$	\tilde{y}_t	$e_t = y_t - \tilde{y}_t$	$ e_t/y_t $
2008	9,18	1	9,18			
2009	11,48	2	11,25	9,18	12,83	0,20
2010	11,07	3	11,09	11,25	-54,95	0,02
2011	11,26	4	11,24	11,09	-7,86	0,02
2012	10,25	5	10,35	11,24	4,49	0,10
2013	Prognozė			10,35		0,33

Šaltinis: sudaryta autorių remiantis atliktais skaičiavimais.

Remiantis 7-ojoje lentelėje pateiktais skaičiavimo rezultatais, apskaičiuotos paklaidos MAPE = 0,07, MPE= 0,02. Paklaida MAPE lygi 7 proc. rodo tikslų prognozavimą. Kadangi MPE paklaida teigiama, tai prognozuojami įverčiai mažesni nei tikrieji duomenys.

Grynojo pelno prognozavimas antrojo laipsnio polinominė trendo funkcija

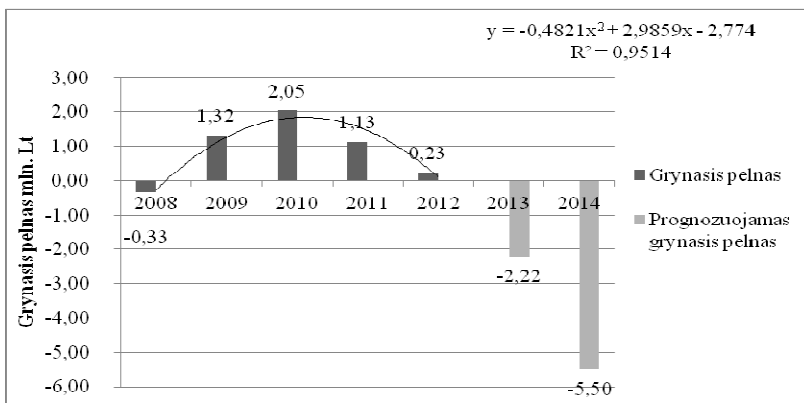
Grynajam pelnui prognozuoti naudojama antrojo laipsnio polinominė trendo funkcija. Tiesinio trendo funkcija neimama, kadangi R² gaunama tik apie 10 proc., todėl netikslinga atlikti prognozavimą. Tolesnėje lentelėje pateikti polinominės trendo funkcijos skaičiavimai (8-oji lentelė).

8 lentelė. Grynojo pelno antrojo laipsnio polinominės trendo funkcijos apskaičiavimas

Metai	Grynasis pelnas, mln. Lt; y_t	t	t ²	t ³	t ⁴	t*y _t	t ² y _t	ŷ _t	y _t -ŷ _t	(y _t -ŷ _t) ²
2008	-0,33	1	1	1	1	-0,33	-0,33	-0,27	-0,06	0,00
2009	1,32	2	4	8	16	2,64	5,28	1,27	0,05	0,00
2010	2,05	3	9	27	81	6,15	18,45	1,84	0,21	0,04
2011	1,13	4	16	64	256	4,52	18,08	1,46	-0,33	0,11
2012	0,23	5	25	125	625	1,15	5,75	0,10	0,13	0,02
Iš viso	4,40	15	55	225	979	14,13	47,23	4,40	0,00	0,17

Šaltinis: sudaryta autorių remiantis AB „Klaipėdos vanduo“ duomenimis.

Analizuojamu laikotarpiu grynasis pelnas kito netolygiai.



4 pav. Grynojo pelno prognozės antrojo laipsnio polinominis trendas
(Sudaryta autorių remiantis AB „Klaipėdos vanduo“ duomenimis)

Išsprendus lygčių sistemą, gaunami polinomo koeficientai: $c = -0,48$; $b = 2,99$; $a = -2,77$. Parabolės užrašyta lygtis yra $y = 2,77 - 2,99t - 0,48t^2$. Kaip matyti iš diagramos, 2013 metais yra prognozuojami 2,22 mln. Lt nuostoliai, o 2014 metais 5,50 mln. Lt nuostoliai.

Prognozavimo tikslumui įvertinti apskaičiuotos paklaidos:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t} = \frac{1}{5} \cdot 0,80 = 0,160685$$

$$MPE = 0,11797.$$

Galima teigti, kad surasta antrojo laipsnio polinominė trendo lygtis tiksliai atspindi dinamikos eilutės kitimo tendenciją, kadangi MAPE paklaida mažesnė nei 10 proc., MPE teigiamas ir tai parodo, kad prognozuojami įverčiai mažesni nei tikrieji duomenys.

9 lentelė. Grynojo pelno prognozavimas 2013 ir 2014 metams (mln. Lt)

Prognozuojami metai	Prognozuojamų metų eilės Nr.	Prognozinė vidutinė reikšmė \hat{y}_t	$S_{\hat{y}_t}$	95 % Kitimo intervalas	
				Apatinė riba	Viršutinė riba
2013	6	-2,22	0,35	-2,91	-1,52
2014	7	-5,50	0,40	-6,30	-4,70

Šaltinis: sudaryta autorių remiantis atliktais skaičiavimais.

Standartinė pasikliautinumo intervalo paklaida (S_t) = 0,24. Prognozės paklaida 2013 metams lygi -2,22 mln. Lt. 9-ojoje lentelėje pateiktas grynojo pelno prognozavimas 2013 ir 2014 metams ir jo kitimo ribos.

Apskaičiuota pagal sudarytą regresijos lygtį pelno 2013 metais reikšmė $\tilde{y}_6 = -2,22$.

Toliau palyginami taikyti prognozavimo metodai ir parenkami geriausi metodai. Prognozavimo paklaidų rezultatai pateikti 10-ojoje lentelėje.

10 lentelė. Prognozavimo metodų paklaidų palyginimas

Prognozavimo metodas	Paklaidos		Determinacijos koeficientas, proc.
	MAPE, proc.	MPE, proc.	
Pardavimo pajamos			
Tiesinis trendas	1,08	-0,014	45,39
Antrojo laipsnio polinominis (parabolės) trendas	1,07	-0,014	45,48
Bendrasis pelnas			
Antrojo laipsnio polinominis (parabolės) trendas	2,48	-0,110	83,11
EkspONENTINIS išlyginimas	6,57	2,05	-
Grynasis pelnas			
Antrojo laipsnio polinominis (parabolės) trendas	16,07	11,80	95,14

Šaltinis: sudaryta autorių remiantis atliktais skaičiavimais.

Kaip matyti iš 10-osios lentelės duomenų, pardavimo pajamų prognozavimui tinka abu prognozavimo metodai, nes MAPE, MPE ir determinacijos koeficientas praktiškai nesiskiria. Bendrojo pelno prognozei geresnis trendo metodas, kadangi mažesnė MAPE paklaida. Grynojo pelno prognozei trendo metodas tikslus vertinant pagal determinacijos koeficientą, nors paklaidos yra didelės.

Apibendrinus finansinių rezultatų prognozavimą, galima teigti, kad pagal sudarytą polinominio (parabolės) trendo lygtį prognozuojamas AB „Klaipėdos vanduo“ pajamų sumažėjimas 2013 metais. Numatoma, kad vidutinės pajamos 2013 metais bus 41,48 mln. Lt. 2014 m., lyginant su 2013 metais, pajamos vidutiniškai gali padidėti apie 0,53 proc. Prognozuojamas 2013 m. bendrasis pelnas 8,21 mln. Lt, o 2014 m. 5,40 mln. Lt. Atlikus grynojo pelno prognozė 2013 ir 2014 metais pagal antros eilės polinominį tendą galima teigti, kad bendrovė patirs nuostolius. Vidutinė prognozuojama nuostolių suma 2013 m. yra 2,22 mln. Lt, o 2014 m. 5,50 mln. Lt.

Išvados

1. Prognozavimas yra labai svarbus įmonės veiklai, kadangi padeda numatyti bendrovės rezultatus ateityje. Prognozavimo metodų teorijos analizė parodė, kad matematinių metodų pritaikomumas yra labai platus.
2. Atlikus pajamų ir pelno prognozė AB „Klaipėdos vanduo“ 2013 - 2014 m., galima teigti, kad prognozavimas pagal polinominio (parabolės) trendo lygtį tinkamas, kadangi MAPE rodiklis pardavimo pajamų ir bendrojo pelno rodikliams gautas labai tikslus, o grynajam pelnui – tikslus. Pardavimo pajamų prognozei tiko ir tiesinio trendo prognozė, kadangi gautos paklaidos beveik nesiskyrė. Gauti rezultatai parodė, kad pardavimo pajamos pagal tiesinį tendą 2013 metais vidutiniškai sudarys 41,48 mln. Lt, o pagal parabolės tendą 41,56 mln. Lt. 2014 metais pagal tiesinį tendą sudarys 41,70 mln. Lt, o pagal parabolės tendą sudarys 41,87 mln. Lt. Prognozuojamas bendrasis pelnas 2013 metais 8,21 mln. Lt, o 2014 metais 5,4 mln. Lt. 2013–2014 metams prognozuojami gryniesi nuostoliai.

Literatūra

- Aleknevičienė, V. (2011). Įmonės finansų valdymas. Kaunas: Spalvų kraitė. 430 p.
- Kyobe, A.; Danninger, S. Revenue Forecasting – How is it done? Results from a Survey of Low – Income Countries. 1-22 p.
- Boguslauskas, V. (2007). Ekonometrika. Kaunas: KTU Technologija. 386 p.
- Box, G., E. P.; Jenkins, G.M.; Rincel, G. C. (2008). Time Series Analysis – Forecasting and Control. 746 p.
- Juozaitienė, L. (2008). Įmonės finansai: analizė ir valdymas. Šiauliai: ŠU leidykla. 415 p.
- Kancerevyčius, G. (2009). Finansai ir investicijos. III atnaujintas leidimas. Kaunas, Smaltijos leidykla. 904 p.
- Martišius, S. A., Kėdaitis, V. (2010). Statistika. Statistinės analizės teorija ir metodai. 1 dalis. Vilnius: VU leidykla. 408 p.
- Motuzienė, S.; Kurlavičius, A. (2006). Prognostication of the Gross Domestic Product in Lithuania. p. 17-20. [interaktyvus]. Prieiga per internetą: http://aict.itf.llu.lv/files/rakstkraj/2006/motuziene_2006.pdf
- Pabedinskaitė, A. (2005). Kiekybiniai sprendimų metodai. I dalis. Koreliacinė regresinė analizė. Prognozavimas. Vilnius: VGTU. 102 p.
- Pajuodis, A. (2005). Prekybos marketingas. Vilnius: Eugrimas. 391 p.
- Rutkauskas, V.; Stankevičius, S. (2004). Finansų analizė, valdymas ir prognozavimas. Vilnius: VPU leidykla. 301 p.
- Mills, T. C.; Markellos, R. N. (2008). The Econometric Modelling of Financial Time Series. 456 p.
- Wayne, A.; Woodward, H.; L. Gray, A.C.; Elliot. (2011). Applied Time Series Analysis. 564 p. [interaktyvus]. Prieiga per internetą: <http://www.worldcat.org/title/applied-time-series-analysis/oclc/436030554/viewport>

MATHEMATICAL METHODS FOR FORECASTING THE COMPANY'S FINANCIAL RESULTS

Judita Urbonaitė, Milda Kvekšienė Summary

Forecasting is essential for the company activities, as it helps to predict company's future results. Forecasting methods theory analysis has showed that the application of mathematical methods are very wide. After the forecasting of sales revenue and profits of „Klaipėda vanduo“ LC. for 2013–2014 has been done, it is possible to claim that forecasting according to parabolic trend is appropriate for forecasting indicators, one the grounds that MAPE index for sales revenue and gross profit indicators has turned out to be very accurate, and for financial forecast - accurate. Linear trend forecasting is also suitable for the sales revenues forecasting due to the similarity of received calculated errors. The results achieved have depicted that according to the linear trend the sales revenues average will be 41,48 million litas in 2013. The average of the sales revenues according to parabolic trend will be 41,56 million litas. In 2014 according to linear trend the sales revenues will reach 41,70 million litas and according to parabolic trend they will reach 41,87 million litas. Gross profit in 2013 is forecasted to be 8,21 million litas and in 2014 – 5,4 million litas. 2013 and 2014 forecasting showed, that company will suffer net losses.